

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ
МИНИСТЕРСТВО ПРОМЫШЛЕННОСТИ, НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РОССИЙСКАЯ АССОЦИАЦИЯ НЕЙРОИНФОРМАТИКИ
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2003

НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2003

**V ВСЕРОССИЙСКАЯ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ**

**ЛЕКЦИИ
ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ**

Часть 2

По материалам Школы-семинара
«Современные проблемы нейроинформатики»

Москва 2003

УДК 004.032.26 (06)

ББК 32.818я5

М82

НАУЧНАЯ СЕССИЯ МИФИ–2003. V ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «НЕЙРОИНФОРМАТИКА–2003»: ЛЕКЦИИ ПО НЕЙРОИНФОРМАТИКЕ. Часть 2. – М.: МИФИ, 2003. – 180 с.

В книге публикуются тексты лекций, прочитанных на Школе-семинаре «Современные проблемы нейроинформатики», проходившей 29–31 января 2003 года в МИФИ в рамках V Всероссийской конференции «Нейроинформатика–2003».

Материалы лекций связаны с рядом проблем, актуальных для современного этапа развития нейроинформатики, включая ее взаимодействие с другими научно-техническими областями.

Ответственный редактор

Ю. В. Тюменцев, кандидат технических наук

ISBN 5–7262–0471–9

© *Московский инженерно-физический институт
(государственный университет), 2003*

Содержание

А. А. Ежов. Некоторые проблемы квантовой нейротехнологии	29
Введение	29
Классические и квантовые вычисления	32
Классические компьютеры	32
Перспективы классических компьютеров	33
Квантовые компьютеры	34
Квантовые алгоритмы	37
Реализации квантовых вычислений	39
Роль запутанности состояний	40
Многомировая интерпретация квантовой механики и квантовые вычисления	48
Многомировая интерпретация и ее роль	48
Эвристическая эффективность ММИ	54
ММИ в измерениях процессов без взаимодействий	55
ММИ в фактически не производимых вычислениях	57
ММИ и парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена	61
Квантовые нейронные системы	62
Проблема создания квантовых компьютеров второго типа и фи- зическое моделирование	65
Квантовое управление и реализация управляемых кванто- вых гейтов	65
Квантовые компьютеры второго типа	66
Уравнение диффузии	67
Инвариантное погружение	70
Отражение частиц от стержня	71
Квантовый подход	72
Заключение	73
Литература	74

А. А. ЕЖОВ

Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований,
г. Троицк, Московская область
E-mail: ezhov@triniti.ru

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ КВАНТОВОЙ НЕЙРОТЕХНОЛОГИИ

Аннотация

В лекции обсуждаются возможные точки соприкосновения нейротехнологии с быстро развивающейся областью квантовых вычислений. Затрагиваются трудные вопросы, которые возникают на пути понимания того, какова может быть квантовая нейротехнология.

A. A. EZHOV

Troitsk Institute of Innovation and Fusion Research,
Troitsk, the Moscow Region
E-mail: ezhov@triniti.ru

SOME PROBLEMS OF QUANTUM NEURAL TECHNOLOGY

Abstract

Combining neural technology with rapidly growing field of quantum computing is considered. Some difficult questions related to understand possible forms of quantum neural technology are discussed.

Введение

В последние несколько лет активно обсуждаются квантовые варианты классической нейросетевой технологии. Появились пока еще не очень многочисленные статьи и доклады на эту тему на конференциях по искусственным нейронным сетям, как международных (например, IJCNN'1999–2001), так и отечественных (Нейроинформатика–2000, 2001). На некоторых из них, в Атлантик-Сити (2000), Москве (2000) и в Вашингтоне (IJCNN'2001) проводились специальные рабочие совещания «Квантовые нейронные сети». Примечательно, что основное сообщение на последнем из них было сделано *П. Вербосом* — директором Национального научного фонда США.

Некоторое представление об этой области исследований можно почерпнуть из материалов Круглого стола «Дискуссия о нейрокомпьютерах, 10 лет спустя»¹, проводившегося в МИФИ в 2000 году. В дискуссии приняли участие исследователи, работающие в области квантового нейрокомпьютинга,

¹ Дискуссия о нейрокомпьютерах // Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-99», 19–21 января 1999 г. / Отв. ред. А. А. Фролов и А. А. Ежов. – М.: Изд-во МИФИ, 2000. – 224 с.

такие как *Д. Вентура*, *Т. Мартинец*, *Р. Крисли*, *М. Перус* и *Д. Каттинг*. Их взгляды на перспективы данного направления нашли отражения и в материалах рабочего совещания, проведенного в МИФИ в следующем, 2001 году. Целью данной лекции не является обзор подходов к построению квантовых аналогов нейронных систем — заинтересованный читатель может найти его в работе [1]. В ней излагается взгляд автора на то, какой может быть квантовая нейротехнология, какую связь она может установить с квантовыми вычислениями и проблемой создания квантовых компьютеров, а также с такой важной областью приложения вычислительной техники, как физическое моделирование. К сожалению, при обсуждении этих тем не удастся избежать обсуждения и некоторых принципиальных «трудных вопросов», ответ на которые приходится давать каждому, кто хотел бы составить представление о возможном обобщении нейронных технологий на квантовую область. Среди этих вопросов выделим следующие:

- Какие нейросетевые модели могут быть названы квантовыми?
- В чем могут заключаться перспективы квантовой нейротехнологии?
- В чем отличие квантовой нейротехнологии от квантовых вычислений?

Попытки дать ответы на эти вопросы с неизбежностью вовлекают исследователей в дискуссию о роли интерференции и запутанности квантовых состояний, ведущуюся в настоящее время в отношении квантовых вычислений. Еще большую трудность создает то обстоятельство, что эти вопросы, по-видимому, имеют непосредственное отношение и к многолетней глубокой дискуссии о концептуальных вопросах квантовой механики. Последнее обстоятельство может просто привести в отчаяние, поскольку, согласно *Ричарду Фейнману*, квантовая механика является именно той наукой, которую не понимает никто. Поэтому, можно было бы заранее предположить, что желание понять, чем являются *квантовые нейронные системы* тем более обречено на неудачу. В лекции дана лишь некоторая попытка обсуждения сформулированных вопросов, ответы на которые видимо еще предстоит дать в будущем.

В ней, в частности, аргументируется возможность использовать для построения квантовых нейронных моделей определение квантового алгоритма, данного *М. Муром* [2] и *А. Нараянаном* [3] и использованного для построения квантовых нейросетевых моделей *Т. Меннеер* [4, 5]. Принятие этого определения, может, по-видимому, обеспечить продвижение в разрешении сформулированных выше вопросов, а также помочь при построении

нии квантовых нейронных моделей. Однако, если при этом нетрудно договориться какие системы можно назвать *нейронными*, с критерием *квантовости* вопрос обстоит сложнее. Дело в том, что используемое определение основано на понятиях, возникающих в многомировой интерпретации квантовой механики, разработанной Эвереттом [6], и акцентирует внимание на интерференции квантовых состояний, оставляя в стороне явление их запутанности. Вопросы роли интерференции и запутанности в обеспечении эффективности квантовых вычислений и гипотетической квантовой нейротехнологии, а также рассмотрение примеров, демонстрирующих эвристическую эффективность многомировой интерпретации квантовой механики по необходимости рассматриваются ниже достаточно подробно.

Структура материала следующая. Вначале кратко излагаются необходимые сведения и понятия, относящиеся к квантовым вычислениям вообще (см. с. 32–40). Подробное изложение соответствующих вопросов содержит, например, книга К. А. Валиева и А. А. Кокина [7]. Затем обсуждается роль запутанности и интерференции в квантовых вычислениях и, в частности, проблема ресурсов, необходимых для их проведения (см. с. 40–48). Далее, анализируется некоторый взгляд на ресурсы, которые обеспечивает интерференция квантовых состояний, апеллирующий к многомировой интерпретации квантовой механики, важность принятия которой при анализе квантовых вычислений защищается, в частности, Д. Дойчем [8] (см. с. 48–61). После этого приводятся некоторые соображения о возможной природе и роли нейросетевых систем, которые могут быть названы квантовыми, а также о том, как соотносятся с ними вопросы, рассматриваемые в предыдущих разделах (см. с. 62–64). И, наконец, в завершающем разделе (см. с. 65–73) обсуждается проблема создания квантовых компьютеров второго типа, основной областью применения которых считается физическое моделирование. Показано, что при использовании для постановки задач математической физики метода инвариантного погружения возникает задача реализации семейств управляемых гейтов, для решения которой возможно использовать квантовые нейронные системы, использующие нейроны со специфически определенным выходом. Материал данной лекции частично воспроизводит содержание доклада [9].

Автор благодарен Г. П. Берману, В. И. Цифриновичу, Ш. Гурвицу, Г. Дулину, П. Миллони, Д. Джеймсу и Дж. Чаплину за полезные дискуссии, которые он имел возможность провести по затронутым в лекции вопросам во время работы в Теоретическом отделе и Центре нелинейных исследований Лос-Аламосской национальной лаборатории в 2001–2002 годах.

Классические и квантовые вычисления

Классические компьютеры

Основы теории вычислений были заложены в 30–е годы двадцатого века в работах А. Тьюринга [10], А. Черча [11], К. Гёделя и Э. Поста. В своей фундаментальной работе А. Тьюринг описал универсальное вычислительное средство — *машину Тьюринга* [10], способную при наличии достаточных ресурсов реализовать любой изобретенный человеком математический алгоритм. Тезис Черча–Тьюринга [11] предполагает, что все алгоритмы, которые можно реализовать, вооружившись карандашом и бумагой, могут быть выполнены машиной Тьюринга, и наоборот.

Все задачи, для решения которых используются современные компьютеры, подразделяются, однако, на *легкие* и *трудные*. При решении легких задач число необходимых операций растет с их размерностью *полиномиально*. Например, умножение двух целых чисел является легкой задачей, потому что необходимое число действий возрастает при этом как квадрат числа десятичных знаков, представляющих эти числа. Однако, обратная задача — нахождение двух простых сомножителей целого числа — представляется трудной, поскольку простейший метод ее решения требует проверки \sqrt{n} делителей: это число уже зависит от числа десятичных знаков не полиномиально, а *экспоненциально*. Использование более изощренных методов поиска сомножителей также не устраняют этой экспоненциальной зависимости. Задачи, которые могут быть решены за полиномиальное время, образуют класс, называемый классом *P* (polynomial). Другие задачи, которые могут быть решены за полиномиальное время с использованием вероятностных *недетерминированных* подходов, относят к классу *NP* (non-deterministic polynomial). Среди них выделяется наиболее трудное подмножество так называемых *NP-полных* проблем, которое включает такие важные задачи как, например, задачу коммивояжера. Важная особенность *NP-полных* задач заключается в том, что если *хотя бы для одной из них* будет найден какой-либо полиномиальный алгоритм, то *все* подобные проблемы станут возможным решить за полиномиальное время. В 1936 году Черч предположил, что все алгоритмы вычислений могут быть реализованы с помощью универсальной машины Тьюринга. Согласно гипотезе Черча–Тьюринга, все *классические* компьютеры, являющиеся реализацией машины Тьюринга имеют одинаковую эффективность. Поэтому трудные задачи будут трудны для них всех одновременно. Однако, некоторые из

недавно открытых *квантовых* алгоритмов являются экспоненциально более быстрыми, чем наилучшие классические алгоритмы. Не удивительно поэтому, что одной из важнейших надежд квантовых вычислений является экспоненциальное ускорение по крайней мере некоторых классических алгоритмов, а наибольший вызов представляет поиск полиномиальных по времени алгоритмов решения *NP*-полных задач.

Перспективы классических компьютеров

В 60-е годы двадцатого века *Г. Мура*, один из основателей компании Intel, обнаружил удивительный эмпирический закон: каждые полтора года элементы компьютерных схем уменьшаются в размере вдвое. Это, в частности, означает, что емкость памяти удваивается каждые 18 месяцев, так что после каждого такого периода уже только половина атомов используется для представления одного бита информации. Напомним, что бит является мерой классической информации, устраняющей неопределенность выбора между двумя равновероятными альтернативами. Он может быть представлен единственным двоичным числом, принимающим значение 0 или 1.

Закон Мура выполняется уже 40 (!) лет и из него также следует, что:

- число транзисторов в чипах растет со временем экспоненциально;
- скорость вычислений в чипах растет экспоненциально.

Можно ли экстраполировать эту тенденцию? Специалисты дают положительный ответ на этот вопрос, утверждая, что в отличие от других технологий, психологических ограничений на скорость вычислений не существует. Но экстраполяция закона Мура приводит к выводу, что примерно в 2020 году для представления одного бита информации будет использоваться лишь один атом. В этом году компьютеры будут работать на частоте 40GHz, имея оперативную память в 160Gb. Более того, миниатюризация элементов компьютеров требует, чтобы вычисления были энергетически эффективны. Диссипация энергии в малом объеме может быстро расплавить эти элементы. Кроме того, стоимость заводов по производству полупроводников удваивается каждые три года. Все это вместе взятое означает, что к 2020 году должна быть создана новая технология вычислений.

Квантовые компьютеры

Квантовые вычисления являются естественным ответом на вызовы, о которых говорилось выше. Действительно, если для представления одно-

го бита придется использовать один атом, то описание его поведения будет с необходимостью квантово-механическим. Такое усложнение может, однако, дать и преимущества. В начале 80-х годов прошлого века Ю. И. Манин [12] и Р. Фейнман [13] предположили, что если моделирование квантовых явлений требует использования слишком больших ресурсов классических компьютеров, то, может быть, квантовые компьютеры окажутся эффективным и экономным средством решения таких задач. Немного позже Д. Дойч обобщил понятие машины Тьюринга на случай квантовых вычислений [14].

В действительности, именно квантовая механика, как наиболее глубокая теория вещества, описывает также и работу элементов классических компьютеров (например, полупроводников). Но в квантовых компьютерах главную роль играют специфические особенности квантового мира, такие как *суперпозиция* квантовых состояний, их обратимая эволюция, описываемая *унитарными преобразованиями*, *квантовый параллелизм*, *интерференция* и *запутанность* состояний. Рассмотрим кратко эти особенности.

Суперпозиция. В отличие от мира классической физики, квантовая механика предполагает, что некоторые альтернативы могут существовать одновременно. Эта возможность выражается в существовании *суперпозиции альтернатив*. Например, классическая монета может упасть либо орлом, либо решкой. Ее квантовый аналог может упасть на обе стороны одновременно. Подобным же образом, если элемент классического компьютера (бит) может в данный момент находиться лишь в одном из взаимно исключающих состояний: 0 или 1, его квантовый аналог — *кубит* — может одновременно находиться в обоих этих состояниях. То есть, состояние кубита может быть представлено в форме

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (1)$$

где α и β комплекснозначные амплитуды базисных состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$, соответственно (рис. 1).

Для реализации кубита можно использовать разнообразные физические системы. Это могут быть электронный или ядерный спин, имеющие по две различные проекции на направление внешнего магнитного поля; атом, который может находиться в двух различных состояниях — основном и возбужденном, фотон с двумя возможными значениями поляризации или двумя направлениями движения, и другие. Комплекснозначные амплитуды, входящие в описание кубита, имеют тот смысл, что при измерении

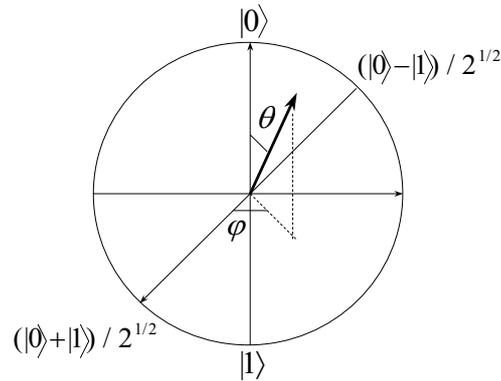


Рис. 1. Состояние кубита может быть изображено в виде единичного вектора с компонентами $(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, где амплитуды базисных состояний: $\alpha = \cos \theta$, $\beta = e^{i\varphi} \sin \theta$. Северный и Южный полюсы сферы единичного радиуса (сферы Блоха), соответствуют базисным состояниям кубита: $|0\rangle$, $|1\rangle$, в то время как другие ее точки представляют состояния кубита, соответствующие суперпозиции этих двух базисных состояний.

этот кубит будет обнаружен в одном из базисных состояний $|0\rangle$ или $|1\rangle$ с вероятностями $|\alpha|^2$ и $|\beta|^2$.

Какие преимущества имеет кубит перед классическим битом? Фокус в том, чтобы *не измерять* его состояние до тех пор, пока над кубитом не произведен некоторый набор манипуляций. Все то время, пока суперпозиционное (когерентное) состояние кубита будет изменяться при некоторых воздействиях, необходимо оградить его от опасного влияния внешней среды. Это неконтролируемое воздействие может превратить суперпозицию в состояние, соответствующее единственной из входящих в нее альтернатив (*декогеренция*). Динамические изменения состояний систем в квантовом мире очень специфичны и имеют характер унитарных преобразований.

Унитарные преобразования. Эволюция состояния квантовой системы во времени описывается уравнением Шрёдингера. Основными ее особенностями являются: *обратимость* (означающая, что если преобразовать состояние кубита в новое состояние, то можно преобразовать это конечное состояние в начальное) и *унитарность*, выражающаяся в том, что новое

состояние кубита, так же как и начальное, допускает вероятностную интерпретацию.

Обратимость квантовой эволюции имеет принципиальное значение для квантовых вычислений: она позволяет проводить их, в принципе, без диссипации энергии. Таким образом, проблема отвода тепла, критическая для суперкомпьютеров, может фактически исчезнуть для будущих квантовых вычислительных систем. Неожиданным было установление фундаментальной причины выделения тепла в классических компьютерах, заключающейся в реализации в них необратимых логических операций. Фактически диссипация энергии происходит при необратимом стирании информации. Оказывается, однако, что любые логические операции могут быть сведены к последовательностям полностью обратимых шагов, что открывает путь для их квантовой реализации.

Унитарные преобразования, используемые для манипуляций с состояниями кубитов, могут быть реализованы и как классические устройства, такие как расщепляющие пучок фотонов или меняющие их фазу пластинки, или же, напротив, как излучаемые лазером кванты света, взаимодействующие с представляющими эти кубиты спинами. Было установлено также [14], что квантовые компьютеры могут реализовать любой алгоритм обработки состояния многокубитного регистра, используя последовательность очень простых операций, действующих лишь на один или два кубита.

Интерференция. Одно из интригующих следствий унитарных преобразований квантового состояния заключается в том, что новые амплитуды базисных состояний оказываются линейными комбинациями старых амплитуд. Это означает, что они становятся суммой двух или нескольких (для многих кубитов) векторов. Но сумма векторов может быть и большим вектором и нулевым. Такая игра амплитуд называется *конструктивной* или же *деструктивной* интерференцией, соответственно. Квантовая интерференция играет решающую роль в квантовых вычислениях. Их алгоритмы строятся таким образом, чтобы неверные решения исчезали за счет деструктивной интерференции, в то время как желаемые состояния усиливались при конструктивной интерференции.

Квантовый параллелизм. Так как состояние квантовой системы может быть суперпозицией многих альтернатив, число которых экспоненциально растет с размером регистра кубитов, можно воздействовать на амплитуды всех альтернатив одновременно, используя унитарные преобразования. Эта возможность, называемая квантовым параллелизмом, не имеет аналогов в классических компьютерах.

Запутанность. Если регистр содержит более одного кубита, то могут возникнуть ситуации, в которых невозможно приписать определенное состояние каждому из них. Как заметил *Эверетт*, в общем случае состояние квантовой системы может быть определено лишь *относительно состояния другой системы* [6]. Общая форма квантового состояния регистра может быть записана следующим образом.

$$|\Psi\rangle = \sum_{x=0}^{2^d-1} a_x |x\rangle. \quad (2)$$

Это состояние будет *запутанным*, если его невозможно факторизовать — представить в виде (тензорного) произведения

$$|\Psi\rangle = (\alpha_0|0\rangle + \beta_0|1\rangle) \otimes \dots \otimes (\alpha_{d-1}|0\rangle + \beta_{d-1}|1\rangle). \quad (3)$$

Ключевое различие между запутанным и факторизуемым состояниями состоит в том, что первое может быть, в общем случае, определено заданием экспоненциального числа комплекснозначных амплитуд, в то время как для не запутанного состояния оно линейно по числу кубитов. Это обстоятельство наталкивает на мысль, что именно запутанность должна быть свойством, определяющим беспрецедентную эффективность подлинно квантовых вычислений, поскольку задача имитации эволюции запутанных состояний на классических компьютерах оказывается трудной.

Квантовые алгоритмы

К настоящему времени открыто уже несколько десятков квантовых алгоритмов. Наиболее известными из них являются:

Алгоритм Дойча–Джозсы [15]. Алгоритм использует единственное вычисление булевой функции n переменных чтобы определить, является ли она постоянной или балансной (принимающей истинное значение для половины значений аргументов), экспоненциально ускоряя наивный классический алгоритм, требующий проверки $2^{n-1} + 1$ значений функции. Однако, классический алгоритм также может решить эту задачу, используя конечное число вычислений, если позволить ему изредка ошибаться.

Алгоритм Шора [16]. Это наиболее известный и мощный квантовый алгоритм, позволяющий факторизовать n -значное целое число лишь за

$O(n_3)$ шагов, в то время как наилучший из известных классических алгоритмов требует использования суперполиномиального числа шагов, $\exp[n^{1/3}(\log n)^{2/3}]$. Алгоритм основан на квантовой реализации эффективного поиска периода функции и квантового алгоритма быстрого преобразования Фурье. Кроме других ранее отмеченных особенностей квантовых систем, в алгоритме Шора используется индетерминизм, характеризующий процесс измерения в квантовой механике.

Алгоритм Гровера [17]. Один из важнейших квантовых алгоритмов, используемый для поиска в неупорядоченной базе данных, обеспечивает лишь полиномиальное ускорение.

Алгоритм Бернштейна-Вазирани [18] позволяет найти запись в *специальной* базе данных (способной вычислять скалярное произведения вектора запросов на вектор данных), используя единственный запрос. Отмечается, что неожиданной особенностью этого алгоритма является его способность экспоненциально ускорять поиск, не используя запутанных состояний [19]. По мнению *Д. Майера* алгоритм Бернштейна-Вазирани опровергает тезис о необходимости запутанности для реализации подлинно квантовых вычислений, поскольку основан на использовании лишь интерференции. В этом вопросе расходятся исследователи, пытающиеся дать определение квантовых вычислений. Этот вопрос будет рассматриваться подробнее в следующем разделе. Однако водораздел мнений проходит не только при оценке алгоритмов, но и при анализе физической реализации квантовых вычислений.

Реализации квантовых вычислений

Одной из важнейших проблем, которые должны быть решены при реализации квантовых компьютеров, является сохранение когерентности квантовых состояний в течение времени реализации алгоритмов (эта проблема является не такой острой для так называемых квантовых компьютеров второго типа, речь о которых пойдет ниже). К настоящему времени предложено несколько различных схем физической реализации квантовых вычислительных систем, такие как:

- ионные ловушки [20];
- квантовая электродинамика в полости — летающий кубит [21];
- СКВИДы [22];

- ЯМР-системы [23];
- фосфоро-кремниевый квантовый компьютер [24];
- квантовые компьютеры магнитно-резонансной микроскопии [25], а также различные оптические и твердотельные схемы.

В связи с обсуждаемыми далее вопросами особый интерес представляют схемы ядерного магнитного резонанса (ЯМР). ЯМР представляет собой хорошо известную технологию, позволяющую оперировать состояниями кубитов при комнатной температуре. Квантовый ЯМР-компьютер мог бы состоять из трубки, наполненной жидкостью (например, хлороформом). В свою очередь, спины ядер атомов, входящих в молекулы жидкости могут использоваться для реализации кубитов. Такая трубка помещается в сильное магнитное поле и состояния ядерных спинов подвергаются воздействию радиочастотных импульсов, реализующих нужные унитарные преобразования. Оценки показывают, что ЯМР-компьютеры могут иметь регистры, состоящие не более чем из 75 кубитов. Это не так много, если использовать их для решения задачи факторизации целых чисел. Однако, уже продемонстрированные примеры реализации различных квантовых алгоритмов на таких системах [23, 26, 27] подвергаются в настоящее время критике, основанной на том, что ЯМР-системы не позволяют реализовать запутанность квантовых состояний кубитов.

Согласно соответствующей точке зрения *квантовыми* не являются не только подобные ЯМР-реализации, но и квантовые компьютеры второго типа, предложенные *Д. Епезом* [28]. В этих системах запутанность состояний и большие времена когерентности не требуются, и компьютер представляет собой макроскопическое число элементарных малокубитных квантовых компьютеров. Подобные компьютеры рассматриваются как средства эффективного моделирования физически процессов, таких как диффузия, перенос излучения, течение жидкости и другие.

Роль запутанности состояний

- Что Вы обо всем этом думаете?
- Запутанное дело. . .
- Как это верно, Ватсон!

*Артур Конан-Дойль
«Собака Баскервилей»*

В работе [29] была исследована модель квантового аналогового нейрона, использующая определение *методологии квантовых вычислений*, данное М. Муром и А. Нараянаном. Приведем его формулировку согласно работе [3]:

1. Проблема должна быть представлена в численном виде, или же преобразована в него.
2. Должна быть определена начальная конфигурация.
3. Должны быть определены условия завершения вычислений.
4. Задача должна допускать разбиение на меньшие подзадачи.
5. Нужно определить необходимое число *миров*.
6. Каждая подзадача присваивается соответствующему миру.
7. Вычисления в различных мирах производятся параллельно.
8. Между всеми мирами должна быть некоторая форма взаимодействия: интерференция должна либо дать решение проблемы либо новую информацию для миров, которая может быть в дальнейшем использована в них для получения решения.

Оставим пока под вопросом, что понимается в этом определении под словом «мир», и обсудим вначале, можно ли использовать его для построения моделей квантовых нейронных систем, несмотря на то, что в нем используется только понятие интерференции, но ничего не говорится о запутанности состояний [30]? Как уже отмечалось, именно свойство запутанности состояний рассматривается значительной частью авторов как необходимый элемент действительно квантового вычисления, гарантирующий его преимущество перед классическими вычислениями [31, 32]. Запутанные или *суперкоррелированные* состояния обладают уникальными свойствами, которые, в частности, позволяют создать бесшумный канал передачи квантового состояния посредством квантовой телепортации [33] и делокализовать квантовую информацию в системе, состоящей из нескольких подсистем, что позволяет защитить квантовое состояние системы от разрушающего когерентность влияния окружения с использованием кодов, корректирующих ошибки [34, 35].

Одна только интерференция различных альтернатив (определяющих квантовый параллелизм вычислений) рассматривается этой группой авторов недостаточной для реализации подлинно квантовых вычислений, поскольку, как отмечалось, если суперпозиция альтернатив факторизуется, то соответствующий алгоритм может быть реализован с помощью классических, «оптических» схем вычислений. Более того, утверждается, что такие

«не квантовые» вычисления могут быть реализованы с помощью любых классических волн:

«Для того, чтобы убедиться, что суперпозиция сама по себе не является существенным свойством, необходимо лишь заметить, что классические волны также могут образовывать суперпозиции. Любой эффект, зависящий только от квантовой интерференции, может быть легко имитирован с помощью классических волн» (Jozsa, [31]).

Поскольку в литературе существует широкая полемика по этой проблеме, необходимо аргументировать возможность использования данного определения квантового алгоритма при построении моделей квантовых нейронных систем.

Напомним, что единственное свойство запутанного состояния состоит в том, что оно является более или менее не факторизуемой суперпозицией. Один из аргументов в пользу предпочтительности использования запутанных состояний [31] состоит в том, что поскольку они описываются экспоненциальным числом параметров, то вычисление функционально зависящего унитарного преобразования

$$|\Psi\rangle|0\rangle \xrightarrow{U_f} \sum_{x=0}^{2^d-1} a_x |x\rangle |f(x)\rangle \quad (4)$$

может быть проведено параллельно для всех возможных значений аргументов x , что дает экспоненциальное ускорение вычислений, если функция может быть вычислена за полиномиальное время. Это справедливо, очевидно, для любой суперпозиции (здесь проявляется лишь квантовый параллелизм), но в общем случае, подобное преобразование переводит данную суперпозицию в запутанное состояние. Это приводит к необходимости работы с экспоненциальным числом данных при попытке произвести необходимые вычисления с помощью классических средств. При этом неизбежно экспоненциальное замедление классических вычислений по сравнению с квантовыми [32]. Но если все квантовые состояния, возникающие на любом этапе вычислительного процесса, окажутся факторизуемыми (не запутанными), то они могут быть описаны набором данных, объем которых линейно растет с числом кубитов. В этом случае экспоненциальный выигрыш в скорости вычислений представляется недостижимым. Соответствующие вычисления могут быть проведены с той же эффективностью с помощью классических средств. Такая аргументация используется большой группой исследователей для обоснования того взгляда, что именно

экспоненциальное ускорение вычислений является отличительной характеристикой подлинно квантовых алгоритмов. При этом, возможность такого ускорения напрямую связывается с запутанностью используемых квантовых состояний.

В соответствии с такой аргументацией, любой алгоритм, не использующий запутанные состояния, не может привести к экспоненциальному снижению вычислительных ресурсов. Эти ресурсы подразделяются на *временные*, например число запросов в алгоритме Гровера, *физические*, например энергия, точность измерения, число физических устройств, используемых для физической реализации алгоритма и т. д. и *ресурсы чтения* (readout), например число копий квантовой системы, необходимых для реализации вычисления с данной точностью [36]. В этом случае, декларируется, что соответствующие алгоритмы или их реализация не могут рассматриваться как подлинно квантовые. В результате в названии «квантовый» отказывается не только всем ЯМР–реализациям простейших вариантов алгоритма Дойча-Джозсы [37–39] и алгоритма Гровера [40,41] (аргументация в пользу отсутствия запутанности состояний кубитов для представления которых используются квантовые состояния различных атомов и молекул, используемых в ЯМР–экспериментах содержится в работах [42–44]), но и реализациям квантовых алгоритмов методами линейной оптики (включая телепортацию квантового состояния [45]), поскольку в них используется экспоненциальное число физических устройств (поляризаторов и делителей пучков). Кроме того, не признаются квантовыми реализации основанные на манипуляциях с ридберговскими состояниями атомов [46,47], поскольку для этого требуется экспоненциальная точность измерений этих состояний. Таким образом, согласно описываемой точке зрения на сущность квантовых вычислений необходимо либо использовать квантовые состояния для того, чтобы осуществлять подлинно квантовые вычисления, либо, для достижения аналогичной эффективности, использовать экспоненциальное число ресурсов для компенсации отсутствия запутанности. Но в последнем случае проводимые вычисления уже не могут быть названы действительно квантовыми. Вообще говоря, принятие подобной позиции приводит к тому, что граница между «подлинно квантовыми» и не квантовыми вычислениями становится достаточно размытой. Например, известно, что алгоритм Дойча-Джозсы, который действительно экспоненциально ускоряет дифференциацию между балансными и постоянными булевыми функциями [15], не использует тем не менее запутанных состояний в случае функций одной или двух переменных [48] и может быть реализован с использованием

средств линейной оптики. С другой стороны, он действительно использует запутанные состояния в случае функций трех и большего числа переменных [49]. Таким образом алгоритм Дойча-Джозсы является в некотором смысле «полуквантовым». Иногда утверждается, что и алгоритм Гровера также не требует запутанности состояний в случае $d < 3$ кубит [39, 50]. На самом деле, практически полезный алгоритм Гровера все же требует запутанности состояний кубитов, входящих в два регистра, кодирующих ключи и кодируемые ими информационным записи [51, 52]. Но такая запутанность не дает экспоненциального ускорения поиска, а лишь обеспечивает необходимые ассоциации между состояниями этих регистров. Более того, он в действительности требует использования экспоненциального числа ресурсов для приготовления квантового состояния базы данных, которое разрушается после полного завершения обработки каждого запроса к ней. Вследствие теоремы о невозможности клонирования квантового состояния [53, 54], невозможно эффективно скопировать содержание таких баз данных. Напротив, необходимо использовать экспоненциальное число операций для создания каждой из таких копий (если память должна иметь экспоненциальную емкость). В указанном смысле, предложенная *Вентурой* и *Мартинцем* квантовая ассоциативная память [86] также оказывается не подлинно квантовой. По-видимому, лишь алгоритмы типа алгоритма Шора удовлетворяют строгим требованиям, предъявляемым к квантовым алгоритмам сторонниками определяющей роли запутанности состояний, поскольку он действительно оперирует с ними и использует относительно простую функцию, которая может быть вычислена за полиномиальное время. Тем не менее, другая группа авторов предлагает примеры реализаций квантовых алгоритмов, не использующие запутанных состояний. Один из возможных подходов к построению таких реализаций был предложен *С. Ллойдом* [50]. Он основан на замене многочастичных систем с запутанными состояниями на эквивалентные одночастичные системы, имеющие экспоненциальное число состояний. Поскольку понятие запутанности не имеет смысла для одночастичной системы, такой подход оказывается универсальным способом «распутывания» (disentanglement) любого квантового алгоритма. Однако, полученная схема требует реализации экспоненциально точных измерений квантового состояния, что опять не дает подлинно квантового алгоритма [47]. Не спасает положение и использование систем с эквидистантными уровнями энергии, которые вместо экспоненциальной точности приводят к экспоненциальному росту энергии состояний. Тем не менее, *Д. Майер* указал, что *неквантовость* манипулирова-

ния с ридберговскими состояниями отнюдь не означает, что *все* реальные квантовые алгоритмы не могут быть реализованы с использованием одной лишь интерференции не запутанных состояний [19]. В качестве примера он привел алгоритм, первоначально предложенный Э. Бернштейном и У. Вазирами [55] и переоткрытый Б. Терхалом и Дж. Смолиным [56]. С помощью этого алгоритма можно найти запись в специально устроенной базе данных, используя единственный запрос. Вкратце этот алгоритм состоит в следующем.

Рассматривается база данных, знающая единственную запись a . Для любого предъявленного стимула x база может вычислить, насколько он близок к a . В качестве меры близости может быть, например, вычислено скалярное произведение двух соответствующих векторов, $(x \cdot a)$. Таким образом, для любого запроса $|x\rangle|b\rangle$ база возвращает состояние $|x\rangle|b\rangle \oplus (x \cdot a)$. Задача состоит в определении a с использованием минимально возможного числа запросов. Как было показано, в рассматриваемом случае необходимо единственное обращение к базе, чтобы определить вид записи a . Для этого необходимо реализовать следующие шаги алгоритма Берштейна-Вазирами.

Шаг 1. С помощью набора преобразований Адамара инициализируется незапутанное квантовое состояние:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \sum_{x=0}^{2^d-1} |x\rangle(|0\rangle - |1\rangle) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \underbrace{(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + |1\rangle)}_d \otimes (|0\rangle - |1\rangle). \end{aligned} \quad (5)$$

Шаг 2. Унитарное преобразование осуществляемое Оракулом преобразует начальное состояние в также факторизованное состояние:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \sum_{x=0}^{2^d-1} (-1)^{x \cdot a} |x\rangle(|0\rangle - |1\rangle) \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2^{(d+1)/2}} \underbrace{(|0\rangle + (-1)^{a_1}|1\rangle) \otimes \dots \otimes (|0\rangle + (-1)^{a_d}|1\rangle)}_d \otimes (|0\rangle - |1\rangle). \end{aligned} \quad (6)$$

Шаг 3. Вновь применяются преобразования Адамара, дающие

$$|\Psi\rangle \rightarrow \underbrace{H \otimes \dots \otimes H}_d |\Psi\rangle \equiv |a\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle). \quad (7)$$

Это конечное факторизованное состояние содержит искомую запись в первом d -кубитном регистре. Поскольку все состояния, возникающие на каждом шаге алгоритма, являются незапутанными, экспоненциальное ускорение получается лишь за счет квантового параллелизма и интерференции.

Легко увидеть однако, что данная формулировка проблемы поиска по сути не является практически полезной для создания баз данных. Она фактически реализует простейшую версию «квантового морского боя», в котором необходимо найти положение единственного одноклеточного корабля. Практически применимый поиск неизбежно требует запутанности состояний кубитов, входящих в ключевой и информационной регистры (так что кроме нахождения положения корабля можно было бы получить и некоторую дополнительную информацию о нем самом) или же приготовление самой базы данных (не запроса) в виде квантовой суперпозиции. Очевидно, что запутанность оказывается все же необходимой для ассоциации значений аргумента и функции. Однако, хотя ассоциация каждой пары «аргумент–функция» может быть осуществлена за полиномиальное время с использованием различных подходов, предложенных *Вентурой* и *Мартинцем* [86], *Андрекутом* и *Али* [57] *Гу-лю Лонгом* и *Янг Суном* [58], реализация произвольной булевой функции потребует осуществления экспоненциального числа таких шагов, 2^d . Даже использование единственного запроса для поиска значения булевой функции не может компенсировать затрат на приготовление начального запутанного состояния базы данных. Поэтому, экономия временных ресурсов (числа запросов) необходимых для реализации поиска обесценивается ростом времени, требуемого для приготовления квантовой базы данных.

Все же использование квантовых нейронных систем для реализации булевых функций дает экономию физических ресурсов — оно позволяет исключить использование нейронных сетей и, также как и в случае аппроксимации функций многих переменных, обойтись единственным нейроном. У такого нейрона входные и выходная связь реализуются в виде кубитов, а их состояния описываются запутанной суперпозицией, в которой базисные состояния первых d кубитов используются для представления бинарных входов, а состояние еще одного $d + 1$ -го кубита используется для представления соответствующего значения булевой функции (рис. 2) [59].

Другой, более удобный способ, использующий для реализации булевой функции множество унитарных преобразований, реализующих перестановки состояний двух кубитов, будет требовать использования экспоненциального числа импульсов (или экспоненциального числа делителей луча:

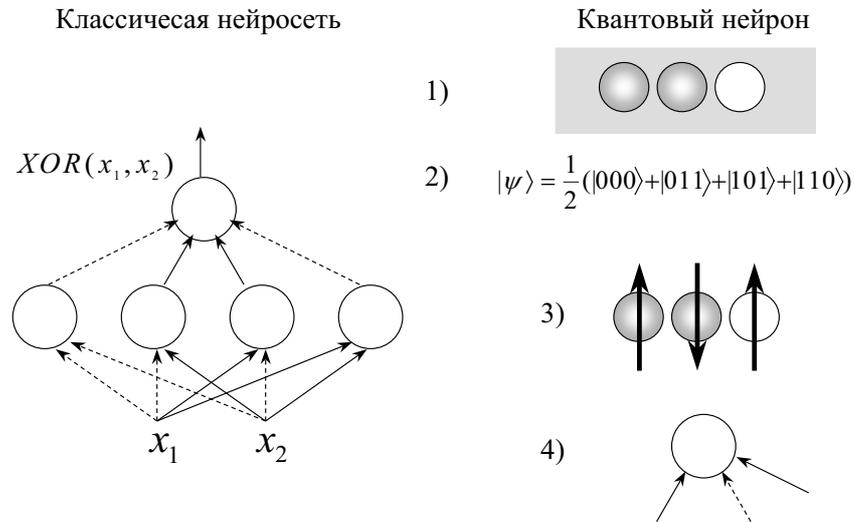


Рис. 2. Слева: классическая универсальная двухслойная сеть пороговых нейронов с бинарными связями, реализующая функцию исключенного ИЛИ (XOR). Справа и сверху-вниз: 1 — квантовый нейрон с тремя кубитами, используемыми для реализации связей; 2 — состояния кубитов описываются суперпозицией, в которой значения входных значений для первых двух кубитов запутаны с состояниями третьего кубита, представляющими значения функции XOR ; 3 — при измерении кубиты обнаруживаются в одном из классических состояний, выявляющих ассоциацию между значениями аргумента и функции; 4 — наблюдение связей квантового нейрона обнаруживает параметры одного классического нейрона с бинарными связями, входящего в скрытый слой универсальной сети.

любое унитарное двухкубитное преобразование, реализуемое делителями пучка и фазовыми сдвигами на их входе и выходе [60, 61], а также любое N -кубитное преобразование может быть реализовано с помощью матрицы таких приборов [62]). Заметим, что невозможность генерации произвольной квантовой базы данных с использованием полиномиального (не экспоненциального) числа операций в общем случае можно легко доказать, заметив, что в противном случае можно было бы повысить эффективность

алгоритм Гровера. Действительно, если можно было бы перевести произвольное начальное квантовое состояние в произвольное конечное (соответствующей искомой базе данных) за полиномиальное время, это в частности означало бы возможность перевода равновзвешенной суперпозиции в данное базисное состояние за полиномиальное число шагов (задача поиска в неупорядоченной базе данных). Оптимальность алгоритма Гровера исключает такую возможность (заметим также, что сам алгоритм Гровера может быть легко использован как альтернативное и удобное средство генерации произвольной квантовой суперпозиции)

Описанная проблема использования экспоненциального числа ресурсов не является отличительной чертой одних квантовых вычислений. Реализация произвольной булевой функции с помощью классических искусственных сетей пороговых нейронов также требует использования экспоненциального числа ресурсов — нейронов скрытого слоя и их связей. Этот экспоненциальный рост ресурсов, аналогичный экспоненциальному росту числа ситуаций, которые нужно учесть при алгоритмическом подходе к обработке d -битных слов, и был одной из причин того, что нейротехнология отказалась от решения задачи точной реализации функций, заменив ее проблемой аппроксимации функций, для решения которой используется не программирование, а обучение на ограниченном числе примеров. Важнейшей особенностью последнего является то, что число примеров в обучающей выборке не должно расти экспоненциально с ростом размерности задачи, несмотря на то, что число членов в Фурье-разложении растет экспоненциально с ростом числа аргументов функции. Таким образом, аппроксимация также является трудной задачей. На практике, при фиксированной точности аппроксимации, рост числа ресурсов, используемых классическими нейронными сетями, обусловлен не размерностью задачи, а числом примеров в обучающей выборке и является более чем умеренным, поскольку это число обычно трудно увеличить.

Многомировая интерпретация квантовой механики и квантовые вычисления

Многомировая интерпретация и ее роль

Теперь необходимо разобраться, что в процитированном выше определении квантового алгоритма означает слово «мир». Дело в том, что это

определение использует многомировую интерпретацию квантовой механики (ММИ). По поводу этой интерпретации также ведется обширная многолетняя дискуссия [6, 63–70]. Первоначально, аргументы в ее поддержку выдвигались специалистами в области квантовой космологии — многомировая (Эвереттовская) интерпретация была предложена с целью преодолеть те трудности, которые возникали при попытке применить квантовомеханическое описание к миру в целом, а позднее специалистами по квантовым вычислениям. Как писал *Б. ДеВитт* [64]:

«Эвереттовский взгляд на мир является очень естественным для применения в квантовой теории гравитации, где привыкли без смущения говорить о волновой функции мира. Возможно, что эвереттовский взгляд не только естественен, но и существенен».

Преимущества использования ММИ в квантовых вычислениях были продемонстрированы *Д. Дойчем* [8, 71]. В квантовых нейровычислениях ММИ использовалась *Муром, Нараянаном* [5] и в диссертации *Т. Меннеер* [4]. Следует заметить однако, что критика этой интерпретации обширнее ее защиты. Автор не считает себя достаточно компетентным для обсуждения места и значения ММИ, поскольку такое обсуждение непосредственно связано с принципиальными и нерешенными проблемами квантовой механики. Тем не менее, можно перечислить некоторые аргументы в пользу ее применения, среди которых не только естественность и эвристическая эффективность ММИ в приложении к квантовым вычислениям (например при разработке концепции квантовой машины Тьюринга *Д. Дойчем* [14] или квантового генетического алгоритма *А. Нараянаном* [72], и не только потому, что она проясняет сущность аналоговых квантовых нейронных систем. Можно привести доводы в пользу того, что ММИ позволяет по-новому взглянуть на проблему ресурсов, дающих преимущество квантовым вычислениям. Необходимо подчеркнуть, что предложенный *Д. Дойчем* вариант ММИ является не операционалистской, а объясняющей теорией. А именно объяснения необходимы для понимания существа квантового нейрокомпьютинга.

Важным аргументом в пользу использования ММИ является то, что именно интерференция, а не запутанность, играет в ней центральную роль. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, именно интерференция может оказаться главным ресурсом для квантового нейрокомпьютинга (хотя без запутанности он также, по-видимому, не обойдется). Отметим также, что подход *Д. Дойча* удовлетворяет попперовскому критерию *фальсификационизма*: им предложен критический эксперимент, способный отвергнуть

эту интерпретацию. Прежде всего, в свете дискуссии о роли запутанности уместно вспомнить, что эвереттовская концепция относительности квантового состояния имеет непосредственную связь с концепцией запутанности. Так же как невозможно в общем случае приписать кубиту определенное квантовое состояние, если оно запутано с состоянием другого кубита, в эвереттовской теории невозможно в общем случае говорить о состоянии квантовой подсистемы, взаимодействующей с другой подсистемой. Это состояние может быть определено только относительно состояния взаимодействующей с ней подсистемы. При интерпретации процесса измерения его результат рассматривается относительно соответствующего состояния наблюдателя. Таким образом, запутанность состояния наблюдателя и, например, стрелки прибора, дает пример квантово-механической ассоциации. Согласно теории (фактически метатеории) *Х. Эверетта* единственная волновая функция, эволюционирующая согласно уравнению Шрёдингера, может описать мир в целом, никакого коллапса волновой функции не происходит, но после каждого из «взаимодействий типа измерений» наш мир (в действительности множественный мир) расщепляется на множество копий, в каждой из которых реализуется один из возможных результатов измерения (взаимодействия) и соответствующее базисное состояние (альтернатива) оказывается запутанным с состоянием наблюдателя (если таковой имеется) или же с состоянием измерительного прибора.

Со времени пионерской работы *Х. Эверетта* были предложены различные варианты ММИ. В некоторых из них отвергается существование множественного мира и только один из них считается реальным [73]. В версии *Д. Дойча* множественный мир представляет реальность в целом. Согласно этой версии все множество миров существуют параллельно и может интерферировать друг с другом. Это существование рассматривается ответственным за существование квантового параллелизма. Так *Дойч* отмечает что [71]:

«... Я, как и другие, объясняю мощь квантовых вычислений в терминах квантового параллелизма (множества классических вычислений, осуществляемых параллельным образом)».

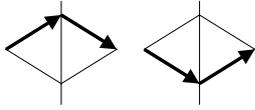
В отличие от *Х. Эверетта*, версия интерпретации ММИ предлагаемая *Д. Дойчем*, предполагает, что множество миров существует изначально и эти миры не расщепляются, а дифференцируются в процессах типа измерения. Но главная особенностью данной версии ММИ, которая выглядит наиболее важной для квантовых вычислений, является способность миров интерферировать друг с другом в течение короткого времени. Результат интерферен-

ции может наблюдаться, что и делает возможным выполнение квантовых вычислений. Поскольку множественный мир состоит из огромного числа копий, существует реальный ресурс для организации интерференции большого числа альтернатив. В некотором смысле можно распорядиться достаточно большим числом копий и реализовать интерференцию множества теневых фотонов. Единственная проблема состоит в том, как использовать этот ресурс. Интерференция множественных миров может быть проиллюстрирована обобщенным экспериментом *Юнга*, в котором между источником фотонов и детекторов находится несколько экранов с множеством щелей (рассмотрение такой системы было отправной точкой для построения формализма интегралов по траекториям *Фейнманом*). Легко увидеть, что (при отсутствии отражения фотонов) моделирование такой системы не требует экспоненциального числа ресурсов, несмотря на то, что наивный подход требует учета экспоненциального числа путей фотона к детектору (рис. 3). Амплитуда вероятности соответствующего перехода может быть вычислена классически в ходе эффективной процедуры.

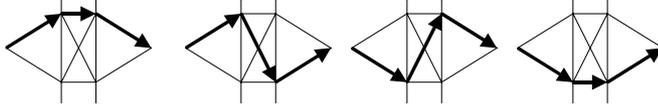
Такая процедура легко получается после погружения исходной задачи в семейство проблем определения амплитуды достижения каждой из щелей (рис. 4).

Очевидно, что решаемая система может быть описана с использованием всего Nb параметров (где N — число щелей в каждом из барьеров). Это соответствует ситуации факторизованного (не запутанного) квантового состояния. При рассмотрении реализации квантового обобщения нейронных систем не следует исключать из рассмотрения подобные системы уже по той причине, что они, как говорилось выше, не требуют использования экспоненциальных ресурсов. Однако, многомировая интерпретация свидетельствует, что эта система тем не менее обеспечивает такой ресурс. Более того, он в определенном смысле достается «даром». Действительно, можно сказать, что согласно ММИ экспоненциальное число «теневых» фотонов будут в действительности интерферировать с «реальным» фотоном на детекторе. Тратить такие ресурсы на решение проблемы, эффективно решаемой на обычном компьютере, кажется чрезмерной расточительностью. Действительно, каждый из фотонов на своем пути будет «рассчитывать» амплитуды перехода от щели к щели, не используя никакой информации о том, что фотоны из множества других миров многократно повторяют часть таких вычислений («коммуникация между различными ветвями невозможна» [64]). Однако, все эти фотоны вообще не производят никаких вычисле-

$$b = 1 \quad U = 2^1$$



$$b = 2 \quad U = 2^2$$



$$b = 3 \quad U = 2^3$$

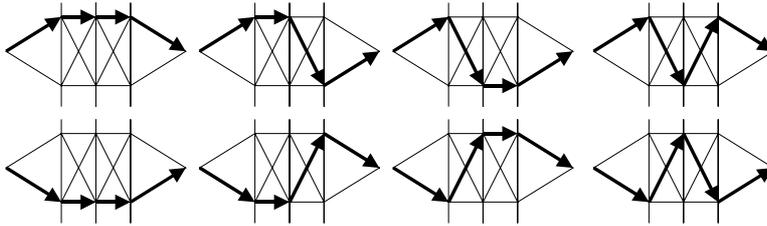
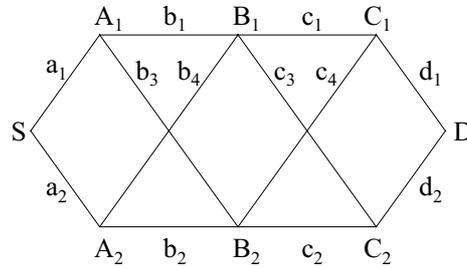


Рис. 3. В системе нескольких барьеров (с двумя отверстиями в каждом, в данном примере) число путей фотонов (миров) растет экспоненциально с числом барьеров, b .

ний! Поясним это рассматривая схему классического эксперимента Юнга (рис. 5).

Предположим, что источник фотонов расположен симметрично относительно расположения двух щелей в барьере, в то время как детектор смещен ниже точки проекции источника на экран. В этом случае первая траектория (проходящая через верхнюю щель) окажется длиннее второй (рис. 5). Рассмотрим соответствующую этой схеме пространственно-временную диаграмму, на которой пространственная переменная определяет расстояние до плоскости источника. Измеримой величиной является время срабатывания детектора t_D , тогда как время, в которое фотон покидает источник, неизвестно. Это связано с тем, что фотон может выбрать пути различной длины. Единственное условие состоит в том, что движение по любому из них должно закончиться в один и тот же момент, t_D . Следовательно, необходимо рассмотреть две интерферирующие альтернативы, в которых фотон



$$\langle D | S \rangle = \langle C_1 | S \rangle d_1 + \langle C_2 | S \rangle d_2$$

$$\langle C_1 | S \rangle = \langle B_1 | S \rangle c_1 + \langle B_2 | S \rangle c_4$$

$$\langle C_2 | S \rangle = \langle B_1 | S \rangle c_3 + \langle B_2 | S \rangle c_2$$

$$\langle B_1 | S \rangle = \langle A_1 | S \rangle b_1 + \langle A_2 | S \rangle b_4$$

$$\langle B_2 | S \rangle = \langle A_1 | S \rangle b_3 + \langle A_2 | S \rangle b_2$$

$$\langle A_1 | S \rangle = a_1$$

$$\langle A_2 | S \rangle = a_2$$

Рис. 4. Исходная задача вычислений амплитуды фотона достигнуть детектора погружается в семейство задач расчета амплитуды достижения каждого из отверстий, где амплитуды переходов для каждого из отрезков пути обозначены прописными буквами. Тогда, задача Коши для определения всех этих амплитуд может быть сформулирована (справа), решение которой требует числа операций, линейно растущих с числом барьеров.

испускается в два различных момента времени t_1 и t_2 . Поскольку перед барьером обе траектории имеют одинаковую длину, одинаков и их наклон на пространственно-временной диаграмме. Напротив, после барьера проекция импульса фотона на пространственную ось для первой траектории будет меньше, чем для второй. Это означает, что реальный (теневого) фотон должен начать движение по первой траектории раньше, чем теневой (реальный) по второй траектории, чтобы их время достижения детектора оказалось одинаковым. В ММИ предполагается, что действительно два фотона интерферируют в точке расположения детектора в момент t_D . Один из них, (неизвестно какой из двух), реален (tangible) и мог бы быть детектирован в нашем мире, например, при прохождении одной из щелей, в то время как другой, теневой (shadow), принадлежит другой ветви мира и не может быть обнаружен нами. Однако, он может интерферировать с

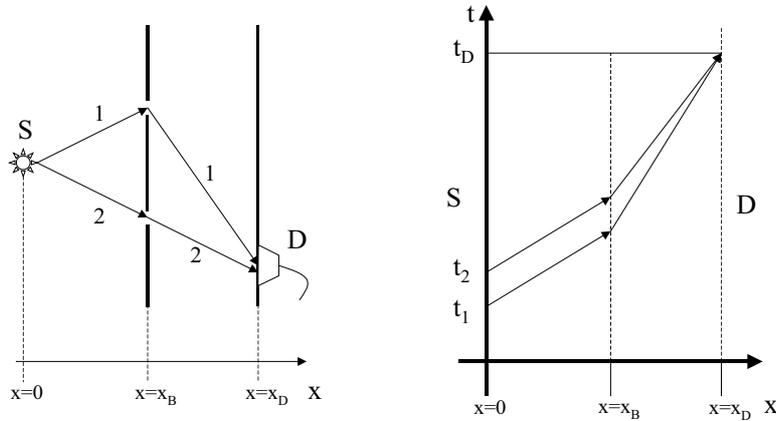


Рис. 5. Слева: Схема эксперимента Юнга. Справа: Пространственно-временная диаграмма, изображающая две траектории фотона, достигающего детектора при покидании источника в два различных момента времени t_1 и t_2 .

реальным фотоном и феномен этой интерференции можно наблюдать. Как пишет Дойч [14]:

«Если сложные движения теневого фотона в интерференционном эксперименте были бы просто возможностями, которые фактически не имеют места, то фактически не имели бы места явления интерференции, которые мы наблюдаем».

Неверно говорить, что оба фотона «вычисляют» соответствующие парциальные амплитуды и фазы по пути к детектору. Их фазы, например, не изменяются при движении вдоль траекторий. Напротив, фазы фотонов, покидающих когерентный источник, гармонически изменяются во времени, так что фотоны, покидающие источник в разные моменты времени, имеют ее разные значения [74]. Легко увидеть, что сутью процесса является отбор фотонов, который в дальнейшем приводит к дифференциации миров. Это же означает, что согласно ММИ экспоненциальный ресурс уже существует без запутывания квантовых состояний частиц и существование этого ресурса и проявляется в явлении интерференции. Повторим, что

этот ресурс может расходоваться неэкономным образом. Именно поэтому можно говорить, что данная интерференционная схема реализует квантовое вычисление. Она не использует запутанность, но и не требует взамен использования экспоненциального числа ресурсов в нашем мире (барьеров и щелей в них). Экспоненциальный ресурс обеспечивают теньевые фотоны, которые не принадлежат нашей ветви множественного мира.

Эвристическая эффективность ММИ

Приведенные выше рассуждения могут восприниматься критически, поскольку по мнению многих исследователей ММИ выглядит чрезмерно экзотической теорией. Удивительно, однако то, что эта интерпретация является тем не менее более материалистической, чем ортодоксальная формулировка квантовой механики. В последней центральную роль играет наблюдатель, а существование объективной реальности по сути отрицается. Не случайно книга *Д. Дойча* [8], в которой защищается взгляд ММИ называется «*Структура реальности*». Слово *реальность* представляется здесь ключевым. Однако, здесь более уместно привести другие, практические, аргументы в пользу эффективности использования ММИ для объяснения физических явлений.

Выше уже отмечалось, что использование ММИ нашло наиболее широкое применение в квантовой космологии и квантовых вычислениях. Это сложные области. Приведем более простые примеры ее эффективного применения для разрешения парадоксов, связанные с измерениями, в которых отсутствует взаимодействие измерительного прибора с анализируемой системой, а также для объяснения явления фактически не производимых вычислений.

ММИ в измерениях процессов без взаимодействий

Существуют разнообразные парадоксы подобные парадоксам измерений без взаимодействия, описанных в [75, 76]. В них, однако, рассматриваются изменения квантовых состояний системы при отсутствии взаимодействия с ней. Различные варианты измерений без взаимодействий были предложены *А. Элицуром* и *Л. Вайдманом* [77], *Л. Вайдманом* [73, 78], *Р. Пенроузом* [79] и *Л. Харди* [80]. Этот тип парадоксов связан с получением информации об объекте без взаимодействия с ним. Причина их появления объясняется

Л. Вайдманом следующим образом [78]:

«Законы физики относятся к миру в целом, и не удивительно, что рассмотрение только части его ведет к парадоксальным ситуациям. Рассмотрение физической вселенной, то есть всех миров вместе взятых, разрешает эти парадоксы».

Рассмотрим следуя [78] простейшую версию так называемого парадокса испытания бомбы. Предположим, что имеется объект, любое взаимодействие с которым ведет к его взрыву. Можно ли определить место его нахождения так, чтобы он не взорвался? Рассмотрим интерферометр Маха-Зендера (рис. 6) устроенный таким образом, что фотон может попасть только в детектор 1 и никогда не попадает в детектор 2 (последнее обстоятельство определяется деструктивной интерференцией амплитуд). Этот интерферометр располагается так, что один из путей фотона проходит через сверхчувствительную бомбу. В этом случае однофотонный эксперимент может иметь три возможных результата: бомба взрывается; срабатывает детектор 1; срабатывает детектор 2. Если срабатывает детектор 2, то цель достигнута — бомба обнаружена без ее взрыва. Заметим, что вероятность такого события составляет 25%. Парадокс, связанный с этим экспериментом, может быть сформулирован следующим образом: Единственное взаимодействие бомбы с внешним миром реализуется посредством ее взрыва. Тем не менее, рассматриваемая схема эксперимента позволяет найти бомбу не взрывая ее.

Разрешение парадокса, представленное в [78], состоит в следующем. Необходимо рассмотреть три мира, в которых: 1) бомба взрывается; 2) первый детектор срабатывает; 3) второй детектор срабатывает. Получение информации о присутствии бомбы в мире 3 возможно потому, что в мире 2 фотон попадает в бомбу и взрывает ее. Таким образом, взаимодействие в действительности происходит, но не в той ветви мира, в которой заканчивается обсуждение положительного результата эксперимента. Другими словами, теневой фотон взрывает бомбу, в то время как реальный, к счастью, попадает во второй детектор. Это однако не означает, что экспериментаторы не могут взорваться сами. Таким образом, здесь ММИ говорит о некотором дополнительном квантовом ресурсе, который позволяет получить информацию без реального измерения в мире, который оказывается для нас реальным.

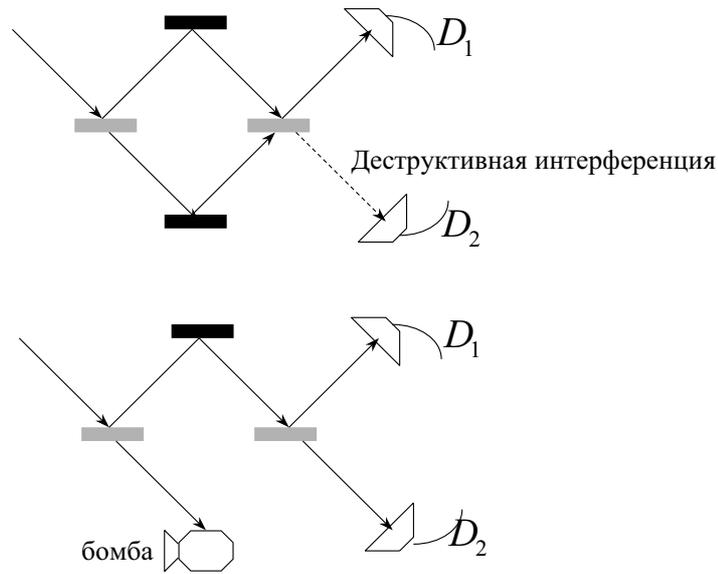


Рис. 6. *Вверху*: в отсутствие бомбы деструктивная интерференция реального и теневого фотонов принадлежащих двум различным мирам исключают срабатывание второго детектора. *Внизу*: В присутствии бомбы теневого фотон будет взрывать ее, в то время как реальный фотон, вследствие отсутствия интерференции может достигнуть второго детектора, предоставив нам информацию о присутствии бомбы.

ММИ в фактически не производимых вычислениях

Использование ММИ для объяснения сущности фактически не производимых вычислений (*counterfactual computations*) проясняет, как вычисления, производимые в параллельных мирах, могут быть использованы для получения информации без проведения вычислений в нашем мире. Рассмотрим вариант такой ситуации, используя упрощенную версию схемы, предложенной недавно Дж. Митчисоном и Р. Джозсой [81]. Предположим, что имеется квантовый компьютер, который в действительности способен реализовать некоторое вычисление, если его включить. Можно ли получить информацию о результате такого вычисления, не включая компьютер? Другими словами, требуется получить информацию «бесплатно», держа ком-

пьютер выключенным. Оказывается, что *иногда* это возможно. Рассмотрим элементарный квантовый компьютер, состоящий из единственного гейта — CNOT. Этот компьютер может обработать состояние двухкубитного регистра, один из кубитов которого является контрольным (*control*), а второй целевым (*target*).

Целевой кубит (t) получает входное значение и воспроизводит выходное значение. Таким образом, можно рассматривать его как выход компьютера. Будем предполагать, что входное значение этого кубита известно и всегда равно 0. Если компьютер включен, то результат вычисления будет зависеть от состояния контрольного кубита, $c : |0\rangle|c\rangle \rightarrow |c\rangle|c\rangle$. Предположим однако, что когда компьютер включен, реальное состояние контрольного кубита неизвестно. Более того, доступ к состоянию этого кубита невозможен. Таким образом, кажется, что для того чтобы узнать его состояние (что то же самое, что узнать результат вычисления), необходимо включить компьютер и считать состояние выходного (целевого) кубита. Оказывается, что это нужно не всегда. Введем в наш компьютер выключатель. Он будет управляться дополнительным кубитом. Если состояние этого кубита 0, компьютер не будет вычислять CNOT. Если состояние выключателя 1, вычисление производится. Схема такого компьютера показана на рис. 7 и по сути представляет собой *гейт Тоффоли*. Таким образом, состояние компьютера может быть описано волновой функцией

$$|\Psi\rangle = |t\rangle|c\rangle|s\rangle, \quad (8)$$

и его работа может быть описана следующим образом:

$$|0\rangle|c\rangle|s\rangle \rightarrow \begin{cases} |0\rangle|c\rangle|s\rangle, & \text{если } s = 0 \quad (\text{computer is off}) \\ |c\rangle|c\rangle|s\rangle, & \text{если } s = 1 \quad (\text{computer is on}) \end{cases} \quad (9)$$

Введем квантовый протокол (последовательность унитарных преобразований, измерений и обменов квантовых состояний), который будет описывать преобразования доступных целевого кубита и кубита, управляющего выключателем. Целью операций будет получение информации о состоянии контрольного кубита в ситуации, когда компьютер будет все время в выключенном состоянии.

Вначале переведем доступные кубиты $|t\rangle|s\rangle$ в состояние $|0\rangle|0\rangle$. Затем, вектор состояния второго кубита вращается на угол $\theta = \pi/4$, после чего его состояние становится равным $(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Состояние пары доступных

вновь оказываемся в начальном состоянии $|00\rangle$, или же $c = 0$ и система после измерения остается в суперпозиции $(|00\rangle + |01\rangle)/\sqrt{2}$. Предположим, что реализовалась первая возможность. Тогда действительно $c = 1$, но мы обнаруживаем первый кубит в состоянии 0. Это означает, что компьютер был выключен. Заметим, что если $c = 1$, вероятность последнего события равна 0.5. Начиная с состояния $|00\rangle$, повторим вращение состояния кубита-выключателя, что вновь переведет состояние доступных кубитов в $|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Действие компьютера вновь переведет его в $|00\rangle + |11\rangle/\sqrt{2}$ (предполагается, что $c = 1$). Теперь измерим состояния обоих доступных кубитов. Вновь с вероятностью 1/2 будет обнаружено, что $|s\rangle = |1\rangle$, то есть компьютер был включен и мы получаем результат вычислений. Однако, с вероятностью 1/2, вновь будет получено состояние 0, что будет означать то, что компьютер вновь не работал. Полная вероятность такого результата после двух шагов составит 0.25. Рассмотрим последнюю возможность, при которой дважды обнаруживается невключенный компьютер. Оказывается, в этом случае можно заключить, что $c = 1$ и можно предсказать результат работы компьютера не включая его! Почему?

Вернемся к все еще не рассмотренному случаю когда $c = 0$ и после первого шага два доступных кубита находятся в суперпозиции $|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Во время следующего шага можно повернуть далее состояние второго кубита, что даст следующее квантовое состояние доступных кубитов:

$$|0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} \rightarrow |0\rangle \otimes (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} + (-|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2} \equiv |01\rangle. \quad (12)$$

Действие компьютера оставит это состояние неизменным. Деструктивная интерференция полностью исключает возможность оказаться в состоянии $|00\rangle$ после второго шага, если $c = 0$! Действительно, если измерить состояния двух доступных кубитов в последнем случае, то мы безусловно найдем, что компьютер был включен и $c = 0$. Таким образом, если мы дважды обнаружим, что компьютер выключен, это будет означать, что $c = 1$ и если включить такой компьютер, то результат вычислений будет $t = 1$ (рис. 8). Отсюда делается заключение, что в нашем мире можно получить информацию о результате вычислений, фактически не проводя их. Но вычисления в других мирах, в которых компьютер может работать, а также их интерференция обеспечивает квантовый ресурс, позволяющий получать информацию бесплатно.

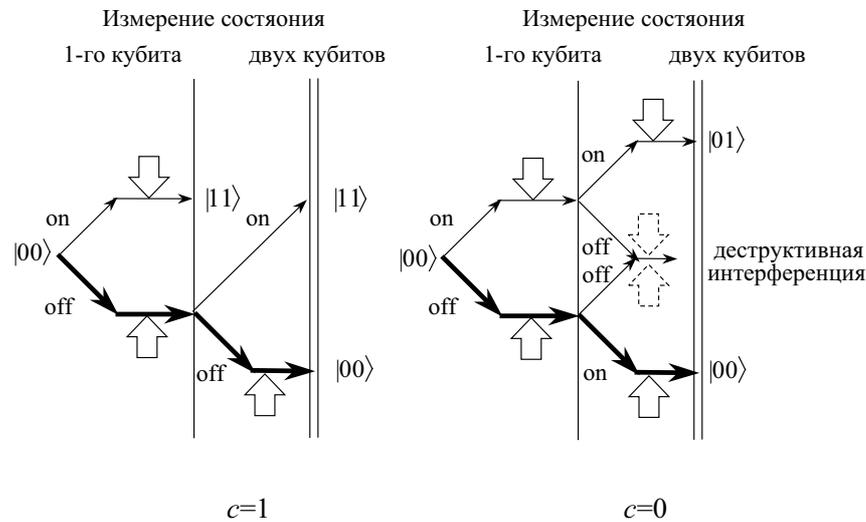


Рис. 8. Слева: В случае $c = 1$ существует мир, в котором компьютер будет все время выключен и конечные состояния целевого кубита и кубита-выключателя после двух шагов будет $|00\rangle$. Справа: В случае $c = 0$ деструктивная интерференция двух миров исключает для этого регистра возможность оказаться при наблюдении в состоянии $|00\rangle$. Только состояние $|01\rangle$ может быть обнаружено в данном случае. Это позволяет заключить, что в случае наблюдения состояния $|00\rangle$, соответствующего неработающему компьютеру, контрольный кубит находится в состоянии $c = 1$.

ММИ и парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена

ММИ может быть использована и для разрешения парадокса ЭПР, который может быть сформулирован так. Рассмотрим частицу с нулевым спином, которая распадается на две одинаковые частицы со спином половина, движущиеся затем в противоположных направлениях вдоль оси x . Волновая функция этих частиц в базисе проекции спина на ось z может быть записана в виде:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_z|0\rangle_z - |1\rangle_z|1\rangle_z). \quad (13)$$

Измерим проекцию спина первой частицы на ось z . Это измерение не может воздействовать на вторую частицу, но тем не менее также дает однозначную информацию о ее проекции на ось z . Согласно ЭПР это означает, что проекция спина второй частицы на ось z представляет собой элемент физической реальности. Такое же рассуждение может быть повторено, если мы измерим проекцию спина первой частицы на ось y . Результат этого измерения будет однозначно свидетельствовать о проекции на ось y спина второй частицы. Следовательно, эта проекция также представляет собой элемент физической реальности. Известно, однако, что операторы проекций спина на оси y и z не коммутируют и поэтому законы квантовой механики не позволяют обеим этим проекциям одновременно быть элементами физической реальности. В этом и заключается парадокс ЭПР, из которого в свое время *Эйнштейном* было сделано заключение о том, что структура квантовой механики не полна.

Этот парадокс, однако, отсутствует в эвереттовской формулировке квантовой механики [82, 83]. Согласно ей, необходимо рассмотреть два параллельных мира. Если измеряется z -компонента первого спина, то в одном из них она имеет значение $+1/2$, а во втором $-1/2$ и наоборот. Но знание проекции второго спина не означает, что он был элементом реальности до измерения, поскольку он имел два различных значения в двух различных мирах. Таким образом, в ММИ парадокс ЭПР не имеет места. Комментируя растущую популярность ММИ, Уиттекер [83] заметил [78]:

«Мы чувствуем, что отчасти популярность проистекает из веры в то, что несмотря на странность понятий они действительно, по крайней мере объясняют факты».

Квантовые нейронные системы

Какое отношение могут иметь обсуждавшиеся выше вопросы к проблеме создания *квантовой* нейротехнологии? Заметим, что важной особенностью современной *классической* нейротехнологии является ее аналоговость. Как отмечал во время дискуссии 2000 года *Юрген Шурманн*:

«Фундаментальное различие между традиционными и нейровычислениями заключается в цифровой природе первых и аналоговой природе вторых».

Следовательно, первые выводы который можно сделать, таковы:

- I. Квантовые аналоги классических искусственных нейронных сетей не обязаны оперировать с кубитами, поскольку современные искусственные нейронные сети, как правило, оперируют не с битами, а с аналоговыми сигналами. Это делает проблему запутанности состояний кубитов не имеющей *прямого отношения* к квантовым аналоговым нейронным системам.
- II. Квантовые вычисления имеют дело с решением задач, а не с вычислением функций, свойственным нейровычислениям. При этом, квантовая реализация булевых функций, так же как и их классическая нейросетевая реализация, требует в общем случае использования экспоненциального числа операций (заметим, однако, что использование квантовых аналогов бинарных весов позволяет достичь экспоненциальной экономии физических ресурсов, заменив сеть нейронов единственным элементом).
- III. Проблема экспоненциального роста ресурсов с ростом размерности задачи не так остра для классической нейротехнологии, поскольку она не использует алгоритмический подход и не применяется для точной реализации функций. Вместо этого, нейротехнология применяется для аппроксимации функций, используя обучение на ограниченном числе примеров. Нейронная технология обычно имеет дело с образами (широкополосными сигналами, соответствующими $d > 100$), для которых как закон Рента, так и экспоненциальный рост числа логических операций универсального алгоритма препятствуют использованию экспоненциального числа ресурсов.

Какой же может быть квантовая нейротехнология и какие задачи она могла бы решать? В уже проведенных исследованиях были сформулированы важные предпосылки создания квантовых нейронных сетей. Отметим некоторые из них.

- Перус провел некоторые аналогии между формализмом квантовой механики и теории нейронных сетей [84];
- Меннеер и Нараянан использовали ММИ для построения модели квантовой нейронной сети [5];
- Берман с сотрудниками [85] показали, что нелинейность, необходимая для построения нейроподобных моделей, естественно содержится в квантово-механическом формализме интегралов по траекториям

и связана с тем, что амплитуда для данного пути является экспонентой (нелинейной функцией) действия².

- *Вентура* и *Мартинец* показали, что квантовая модель ассоциативной памяти может иметь экспоненциальную емкость, что существенно превосходит возможности классической нейронной памяти [86].

Необходимо заметить, что квантовая нейротехнология это не только некоторые новые *квантовые алгоритмы*, но и новая *нейротехнология*. Многие парадигмы нейронных сетей, однако, основаны на введении новых типов нейронов и новых архитектур связей между ними. В частности, новый тип значения, который может принимать выход нейрона, обычно связан с новой нейронной парадигмой и приложениями.

В модели квантового нейрона, описанной в [29] амплитуда фотона на выходе системы использовалась как выход нейрона, а интерференция амплитуд фотонов из многих миров использовалась для аппроксимации значений функции многих переменных. Однако, в квантовых вычислениях фотон может использоваться как система, реализующая значения кубитов, а также как квантовый гейт (взаимодействующий, например, с системой спинов, реализующих эти кубиты). Значит и фотон, формируемый в нейронподобной систем, может служить как квантовый гейт для квантовых вычислений.

Таким образом, можно придти к идее нейрона, выходом которого является квантовый гейт, то есть квантовый объект, который может изменять состояние кубитов [87]. Если квантовая нейротехнология сосредоточится на создании таких управляемых квантовых гейтов, то она естественным образом уйдет от дискуссии о том, является ли она действительно квантовой или нет. Действительно, в то время как понятие *квантового вычисления* является предметом серьезной дискуссии, понятие *квантового гейта* находится вне обсуждения. Если же отличительной чертой квантового нейрона становится та, что он имеет в качестве выхода квантовый гейт, то возникает естественная для нейротехнологии проблема определения, возможно ли реализовать заданный квантовый гейт при заданном значении входа на нейрон, то есть реализовать произвольную операторную функцию входов?

²В отличие, например, от подхода, используемом в [88], где нелинейность связывается с коллапсом волновой функции.

Проблема создания квантовых компьютеров второго типа и физическое моделирование

Квантовое управление и реализация управляемых квантовых гейтов

Упомянутый пример реализации управляемого квантового гейта использует классическую схему многощелевой интерференции. Однако, существуют и другие возможные схемы, которые разрабатываются сейчас с целью реализации квантового управления. Подобно тому, как квантовые вычисления используют деструктивную интерференцию ложных решений и конструктивную интерференцию искомым, современные методы квантового контроля используют интерференцию путей, по которым может идти, например, химическая реакция, для увеличения ее желаемого выхода. Такие методы называются *когерентным* или *фазовым контролем*. Для его реализации используются лазеры, генерирующие ультракороткие (фемтосекундные) импульсы [89]. При этом, методы определения искомым форм лазерного импульса основаны на минимизации целевого функционала и по сути не отличаются от методов обучения нейронных сетей. Схемы квантового контроля могут реализовывать:

- контроль молекулярного движения и связей для синтеза новых молекул;
- контроль нелинейных оптических процессов;
- контроль движения электронов в полупроводниках.

Развитая в этой области исследований экспериментальная техника идеально подходит для создания управляемых квантовых гейтов. Она использует настройку фаз путей реализации процессов, приводящую к построению сложной формы лазерного импульса, который, воздействуя на атом или молекулу, участвующую в данном химическом процессе, играет роль, аналогичную квантовому гейту.

Но зачем квантовым компьютерам управляемые квантовые гейты? Ведь для их работы необходимо измерять состояние квантового компьютера и использовать его для изменения унитарного преобразования. Однако, такое измерение разрушит когерентность квантового состояния и не позволит завершить квантовое вычисление?

Это действительно так для подавляющего большинства рассматриваемых ныне схем. Однако существуют и другие схемы квантовых компьютеров, для которых процедура измерения квантовых состояний необходима

в ходе их работы. Это так называемые *квантовые компьютеры второго типа*, придуманные Д. Елезом [28].

Квантовые компьютеры второго типа

Квантовые компьютеры второго типа используют для работы как квантовый, так и классический параллелизм. Они представляют собой большой массив параллельно работающих небольших квантовых компьютеров, связанных друг с другом с помощью классических каналов передачи данных. Этот тип квантовых компьютеров отличают от квантовых компьютеров, в которых когерентное состояние характеризует компьютер в целом. Квантовые компьютеры представляют из себя гибридные системы, но их вычислительная мощность также экспоненциально возрастает с ростом числа кубитов в составляющих его элементарных квантовых компьютеров. Квантовые компьютеры второго типа имеют то преимущество, что в них не требуется длительное удержание когерентности состояний элементарных компьютеров. Это делает их реализацию значительно более простой задачей. Существенно также, что они не требуют и запутанности квантовых состояний элементарных компьютеров, поэтому их ЯМР реализации интактны к критике по поводу отсутствия запутанности, которой подвергаются обычные квантовые компьютеры. Кроме того, если существует значительная неопределенность в ответе на вопрос, какие приложения найдут обычные квантовые компьютеры [90], квантовые компьютеры второго типа могут определенно найти применение для моделирования физических процессов (эти задачи были типичны и для первых классических компьютеров). Решение многомерных задач гидродинамики, например, методами решеточного газа, требует определения узлов пространственной вычислительной сетки, для представления которых при ЯМР-реализации квантовых компьютеров могут использоваться макроскопические элементы жидкости, содержащие порядка 10^{18} элементарных квантовых компьютеров (спинов некоторых ядер в молекулах жидкости). Именно это макроскопическое число вычислителей в одном узле позволяет реализовать и классический параллелизм вычислений. Сигнал, снимаемый с такого элементарно объема, дает ожидаемое значения заселенности состояний кубитов в элементарных компьютерах. Совместно с квантовым параллелизмом, который реализуется при унитарных преобразованиях кубитов, это дает возможность обойти проблему усреднения значений физических величин при моделировании процессов с помощью классических моделей решеточного газа.

В квантовых компьютерах второго типа после этапа унитарного преобразования состояний кубитов следует измерение их заселенности. Это разрушает когерентность (что в данном случае не страшно). Информация, полученная в данном узле компьютера, используется для реинициализации квантовых состояний кубитов в других узлах, что соответствует классической передаче данных. Как работают квантовые компьютеры, лучше всего проиллюстрировать на примере решения простейшей задачи — моделирования диффузии частиц.

Уравнение диффузии

Первым физическим процессом, для моделирования которого была аргументирована возможность использования квантовых компьютеров второго типа, была одномерная диффузия [91]. Для слежения за плотностью частиц в L точках прямой, каждой из них (узлу) сопоставляется макроскопический ансамбль элементарных двухкубитных квантовых компьютеров (реализованных, например, спинами углерода-13 и водорода, входящими в молекулу хлороформа, CHCl_3). Состояния этих двух кубитов являются когерентными в течение лишь небольшого времени. Состояние первого кубита используется для представления плотности частиц движущихся в данном узле вправо, а второго — влево.

Волновая функция, описывающая состояние всего компьютера, может быть записана так:

$$|\psi\rangle = \prod_{l=0}^{L-1} |q_1(x_0 + l, t)\rangle \otimes |q_2(x_0 + l, t)\rangle. \quad (14)$$

Для каждого узла

$$|q_a(x, t)\rangle = \alpha_a |0\rangle + \beta_a |1\rangle, \quad |\alpha_a|^2 + |\beta_a|^2 = 1. \quad (15)$$

Инициализация амплитуд базисных состояний кубитов осуществляется в соответствии с начальным распределением частиц, движущихся в двух противоположных направлениях $f_a(x)$, $a = 1, 2$:

$$\alpha_a(x, 0) = \sqrt{1 - f_a(x)}, \quad \beta_a(x, 0) = \sqrt{f_a(x)}, \quad (16)$$

При этом предполагается, что инициализированные (и реинициализированные) амплитуды всегда являются действительными числами.

Эволюция состояний кубитов в узлах реализуется последовательным применением квантового оператора соударений и классического оператора переноса.

Шаг 1: Соударение. Унитарный оператор соударения

$$\begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\pi/4} & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi/4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi/4} & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\pi/4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} \quad (17)$$

одновременно применяется ко всем кубитам во всех узлах. После применения этого оператора начальное состояние кубитов элементарного квантового компьютера

$$\begin{aligned} \alpha_1\alpha_2 |00\rangle + \alpha_1\beta_2 |01\rangle + \alpha_2\beta_1 |10\rangle + \beta_1\beta_2 |11\rangle = \\ = (\beta_1\beta_2, \alpha_2\beta_1, \alpha_1\beta_2, \alpha_1\alpha_2)^T \end{aligned} \quad (18)$$

преобразуется в запутанное состояние

$$\begin{aligned} (\beta_1\beta_2 e^{-\frac{i\pi}{4}}, \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1\alpha_2 e^{-\frac{i\pi}{4}} + \beta_2\alpha_1 e^{\frac{i\pi}{4}}), \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1\alpha_2 e^{\frac{i\pi}{4}} + \beta_2\alpha_1 e^{-\frac{i\pi}{4}}), \alpha_1\alpha_2 e^{-\frac{i\pi}{4}})^T. \end{aligned} \quad (19)$$

Шаг 2: Измерение. Вероятность обнаружить частицу, движущейся в определенном направлении в данном узле, определяется измерением заселенности состояний соответствующего кубита и это измерение проводится для всех узлов. Поскольку сигнал получается от макроскопического числа элементарных компьютеров в узле, то заселенности определяются с высокой точностью. Как следует из (19), для обоих кубитов эти вероятности оказываются после соударения одинаковыми (термализация):

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}_2 = \beta_1^2\beta_2^2 + \frac{\alpha_1^2\beta_2^2 + \alpha_2^2\beta_1^2}{2} = \frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{2} = \frac{f_1 + f_2}{2}. \quad (20)$$

Последнее соотношение непосредственно следует из нормировки начального состояния обоих кубитов. Итак, заселенности состояний обоих кубитов после соударения оказываются одинаковыми в данном узле, однако они различаются в разных узлах.

Шаг 3: Перенос. Состояние первого кубита в данном узле реинициализируется согласно заселенности базисных состояний кубита, являющегося его соседом слева, а состояние второго кубита — в соответствии с заселенностью второго кубита справа.

$$|q_1(x, t + \tau)\rangle = \sqrt{\tilde{f}_1(x-l, t)} |1\rangle + \sqrt{1 - \tilde{f}_1(x-l, t)} |0\rangle. \quad (21)$$

$$|q_2(x, t + \tau)\rangle = \sqrt{\tilde{f}_2(x+l, t)} |1\rangle + \sqrt{1 - \tilde{f}_2(x+l, t)} |0\rangle. \quad (22)$$

Поскольку заселенности в узлах, находящихся слева и справа от рассматриваемого, в общем случае различны, то и состояния кубитов в данном узле вновь становятся разными.

Реализация описанных выше трех шагов приводит к генерации нового квантового состояния квантового компьютера второго типа в целом в следующий дискретный момент времени $t + \tau$. Такая процедура последовательно повторяется, с целью моделирования истории эволюции начального распределения частиц (диффузии).

Плотность частиц $\rho(x, t) = f_1(x, t) + f_2(x, t)$ в точке x перед осуществлением шага переноса составляет $\rho(x, t) = d(x) \equiv 2f_1(x) = 2f_2(x)$. После переноса она становится равной:

$$\rho(x, t + \tau) = \frac{1}{2}[d(x+l) + d(x-l)]. \quad (23)$$

Следовательно, разностное уравнение для плотности частиц имеет форму

$$\rho(x, t + \tau) - \rho(x, t) = \frac{1}{2}[d(x+l) - 2d(x) + d(x-l)]. \quad (24)$$

или

$$\rho(x, t + \tau) - \rho(x, t) = \frac{1}{2}[\rho(x+l, t) - 2\rho(x, t) + \rho(x-l, t)]. \quad (25)$$

и имеет первый порядок по времени и второй по пространственной переменной.

В пределе, при использовании тейлоровского разложения по x и t , последнее соотношение переходит в

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \frac{l^2}{2\tau} \frac{\partial^2 \rho(x, t)}{\partial x^2}, \quad (26)$$

что в точности дает одномерное уравнение диффузии.

Можно показать, что аналогичный подход может быть распространен на решения значительно более сложных задач, например, моделирование трехмерной динамики жидкости, решение уравнений Шрёдингера и Дирака и т. п., но построение соответствующих квантовых операторов при этом значительно усложняется.

Совсем недавно описанная схема моделирования диффузии на квантовых компьютерах второго типа была реализована в Массачусетском технологическом институте с помощью техники ЯМР. Марко Правиа, Жиунг Чен, Дэвид Кори и Джеффри Йепез [92] использовали раствор хлороформа, спины ядер углерода и водорода в молекулах которого представляли собой необходимые элементарные двухкубитовые компьютеры. Внешнее магнитное поле порядка 10Т создавало разницу между энергиями спинов, ориентированных по полю и против него, достаточную для того чтобы перевести систему в равновесное намагниченное состояние. При комнатной температуре отношение $\delta E/kT$ имеет порядок 10^{-6} и поэтому полная намагниченность относительно мала, но поскольку полное число молекул составляет $\sim 10^{18}$, она легко детектируется. Необходимая информация вводится в систему с использованием градиента магнитного поля (обеспечивающего адресацию) и радиочастотных импульсов. При реализации оператора соударений использовалось то обстоятельство, что пренебрегая не имеющей значения общей фазой, он может быть записан в виде:

$$\hat{U} = \exp \left[-i \frac{\pi}{8} (\sigma_x^1 \sigma_x^2 + \sigma_y^1 \sigma_y^2 + \sigma_z^1 \sigma_z^2) \right]. \quad (27)$$

Таким образом, оператор соударений факторизуется в виде произведения трех коммутирующих операторов, каждый из которых легко реализуется скалярным оператором гамильтониана плюс необходимое односпиновое вращение. Авторы [92] реализовали описанную схему, используя систему из 16 узлов, показав хорошее качественное совпадение результатов экспериментов и компьютерного моделирования.

Инвариантное погружение

Рассмотренная диффузия частиц происходит в пространстве и времени и квантовый компьютер второго типа используется для определения временной эволюции пространственного распределения частиц. Однако, это не

единственно возможная эволюционная переменная. Первым на это обратил внимание Ричард Беллман [93], который, находясь под впечатлением от работ В. А. Амбарцумяна [94] и С. Чандрасекара [95] по теории переноса излучения, сформулировал общий метод постановки задач математической физики — *метод инвариантного погружения*. Понять сущность этого метода легко, если вспомнить известный исторический случай, происшедший с Гауссом в школе. Как известно, учитель попросил учеников просуммировать все числа от 1 до 100, и пока все они методично складывали число за числом, Гаусс быстро подсчитал результат, пользуясь фактически формулой для суммы арифметической прогрессии. Задумаемся, однако, о том, что же получили в конце концов его незадачливые одноклассники. Они не только нашли сумму 100 первых чисел, но также и суммы первых 99, 98 и т. д. чисел. Фактически, они решили не одну, а целое семейство задач — нахождение суммы первых n чисел, где $n = 1, \dots, 100$. Конкретная задача — нахождение суммы ста первых чисел была ими *погружена* в это семейство, а для связи задач в семействе было неявно использовано свойство инвариантности, которое заключается в том, что если к сумме $(n - 1)$ чисел прибавить n -е число, то от этого прежняя сумма $(n - 1)$ чисел не изменится (ассоциативность сложения).

Беллман показал, как можно, используя различные свойства инвариантности и способы погружения, формулировать проблемы математической физики в виде задач с начальными условиями (задачи Коши), для решения которых обычные фон-Неймановские компьютеры идеально приспособлены. Главным успехом этого осознания явилось создание метода динамического программирования.

Продemonстрируем, как с помощью метода инвариантного погружения можно решить элементарную задачу об отражении частиц от одномерного стержня, а потом наметим, как она может быть решена с помощью квантовой нейронной системы.

Отражение частиц от стержня

Предположим, что на одномерный однородный стержень слева падает частица, которая может двигаться в нем только в двух направлениях (вперед и назад), рассеиваться при взаимодействии с ядрами среды (с равной вероятностью вперед и назад) и поглощаться этими ядрами. Для того, чтобы найти вероятность отражения частицы от стержня, можно рассмотреть семейство задач, в которых длина стержня является переменной. Нетрудно

показать, что эта вероятность удовлетворяет конечно-разностному нелинейному уравнению

$$r(x + \Delta) = r(x) + c/2 + (c - 2)r(x) + cr^2(x), \quad (28)$$

где x — оптическая длина стержня, а c — альбеда однократного рассеяния, $c = \sigma_s/\sigma_t$, σ_s — дифференциальное сечение рассеяния, σ_t — полное сечение взаимодействия частиц с ядрами среды.

К этому уравнению добавляется очевидное начальное условие для стержня нулевой оптической длины

$$r(0) = 0. \quad (29)$$

Совместно, уравнение (28) и начальное условие (29) составляют задачу Коши, которая может быть решена численным интегрированием (в данном простейшем случае решение легко находится аналитически). Кроме легкости численного решения задач Коши на фон-Неймановских компьютерах, использование метода инвариантного погружения для постановки задач математической физики имеет и то преимущество, что важные характеристики полей излучения — функция отражения (играющая ключевую роль в астрофизике), функция пропускания (знание которой необходимо при расчете защиты от излучений), а также интегральные скорости реакций (определяющие накопление изотопов в ядерных и термоядерных установках) могут быть определены без нахождения полей излучения во внутренних точках среды. Это позволяет, в частности, использовать меньшее число элементарных узлов квантовых компьютеров второго типа и квантовых нейрокомпьютеров.

Квантовый подход

Как функция отражения $r(x)$ могла бы быть найдена с использованием гипотетического квантового нейрокомпьютера? Введем в рассмотрение дополнение функции отражения — вероятность частице *не отразиться* от слоя, $\tilde{r}(x)$. Она равна вероятности частице пройти стержень плюс вероятность поглотиться в нем. Уравнение для этой вероятности легко получить из соответствующих уравнений для функций пропускания и поглощения. Вместе, эти две функции удовлетворяют следующей однородной, но нелинейной системе уравнений:

$$\begin{cases} r(x + \Delta) = A(r)r(x) + c/2\tilde{r}(x), \\ \tilde{r}(x + \Delta) = (1 - A(r))r(x) + (1 - c/2)\tilde{r}(x), \end{cases} \quad (30)$$

где $A(r) = 3c/2 + c/2r(x) - 2$. Очевидно, при этом, что $r(x) + \tilde{r}(x) = 1$.

Найдем такой унитарный оператор \hat{U} , для которого

$$\begin{pmatrix} \sqrt{r(x+\Delta)} \\ \sqrt{\tilde{r}(x+\Delta)} \end{pmatrix} = \hat{U} \begin{pmatrix} \sqrt{r(x)} \\ \sqrt{\tilde{r}(x)} \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Будем искать его в виде

$$\begin{pmatrix} e^{i\pi/4} \cos(\frac{\theta}{2}) & e^{-i\pi/4} \sin(\frac{\theta}{2}) \\ e^{-i\pi/4} \sin(\frac{\theta}{2}) & e^{i\pi/4} \cos(\frac{\theta}{2}) \end{pmatrix}. \quad (32)$$

где θ — неизвестный параметр. Легко показать, что для этого необходимо положить

$$\theta(r) = 2 \arccos \left(\frac{A(r) + (1-r)(c/2 - 1)}{2r(x) - 1} \right). \quad (33)$$

То есть задачу можно решить, лишь используя семейство унитарных преобразований $U(r)$, действующих на состоянии единственного кубита

$$|q(x)\rangle = \sqrt{r(x)} |0\rangle + \sqrt{\tilde{r}(x)} |1\rangle. \quad (34)$$

Здесь и появляется потребность в управляемых квантовых гейтах. Действительно, чтобы найти значение коэффициента отражения для стержня длины $x + \Delta$, необходимо использовать его известное (измеренное) значение для стержня длиной x для формирования нового унитарного преобразование $\hat{U}(r(x))$. Причиной возникновения такой потребности является нелинейность уравнений метода инвариантного погружения, а выгода состоит в использовании меньшего числа ячеек квантового нейрокompьютера, который оперирует лишь с наблюдаемыми характеристиками полей излучения.

Заключение

Построение моделей квантовых нейронных систем (так же как и создание моделей квантовых вычислений) сталкивается с необходимостью выяснения того, какие вычисления могут быть охарактеризованы как подлинно квантовые и каковы источники эффективности этих вычислений. Важное место занимает и выяснение наиболее эффективных сфер применения квантовых вычислительных систем. Однако, квантовые нейронные системы могут обходить некоторые трудные вопросы, существенные

для квантовых вычислений в силу своей аналоговости, обучению на ограниченном числе примеров и тому обстоятельству, что они, по-видимому, могут использоваться как адаптивные управляемые квантовые гейты. В последнем случае им удастся счастливо избежать обсуждения их квантовости, поскольку этот вопрос связан с алгоритмом, реализуемым с помощью квантовых гейтов, но не с самими гейтами.

Литература³

1. *Ezhov A. A., Ventura D.* Quantum neural networks // *In: Future Directions for Intelligent Systems and Information Sciences*, Ed. N. Kasabov, pp. 213–235, Physica-Verlag, 2000.
2. *Moore M. P.* Quantum-inspired algorithms and a method for their construction. – Master's thesis. Department of Computer Science, University of Exeter, UK, 1995.
3. *Moore M., Narayanan A.* Quantum-inspired computing, Department of Computer Science, University of Exeter, UK, Technical Report 341, 1995.
4. *Menneer T.* Quantum artificial neural networks. – PhD Thesis, Faculty of Science, University of Exeter, UK, 1998.
5. *Menneer T., Narayanan A.* Quantum inspired neural networks. Department of Computer Science, University of Exeter, UK, 1995.
URL: <http://www.dcs.ex.ac.uk/reports/reports.html>
6. *Everett H. (III).* “Relative state” formulation of quantum mechanics // *Reviews of Modern Physics*, **29**, pp. 454–462, 1957.
7. *Валиев К. А., Кокин А. А.* Квантовые компьютеры: надежды и реальность. – РХД, Москва, Ижевск, 2001.
8. *Дойч Д.* Структура реальности. – РХД, Москва, Ижевск, 2001.
9. *Ezhov A. A., Berman G. P.* Role of interference and entanglement in quantum neural processing // *MICRO/MEMS'2001*, 4591–49, Adelaide, Australia, 2001.
10. *Turing A.* On computable numbers, with an application to the entscheidungsproblem // *Proc. London Math. Soc.*, Ser. 2, **2**, 1936.
11. *Church A.* An unsolvable problem of elementary number theory // *American J. of Mathematics*, **58**, pp. 345–363, 1936.

³Ссылки вида [quant-ph/0007070](http://arxiv.org/abs/quant-ph/0007070), [quant-ph/9802018](http://arxiv.org/abs/quant-ph/9802018) и т. п. — это сокращенный вариант адреса в архиве [arXiv.org](http://arxiv.org) e-Print archive. Полные варианты имеют вид:
<http://arxiv.org/abs/quant-ph/0007070>
<http://arXiv.org/abs/quant-ph/9802018> и т. п.

12. Манин Ю. И. Вычислимое и невычислимое. – Советское радио, Москва, 1980.
13. Feynman R. Simulating physics with computers // *Int. J. Theor. Phys.*, **21**, pp. 467–488, 1982.
14. Deutsch D. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer // *Proc. Roy. Soc. London*, **A400**, pp. 96–117, 1985.
15. Deutsch D., Jozsa R. Rapid solution of problems by quantum computation // *Proc. Roy. Soc. London*, **A 439**, pp. 553–558, 1992.
16. Shor P. W. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer // *SIAM J. Computing*, **26**, pp. 467–486, 1997.
17. Grover L. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack // *Phys.Rev.Lett.* **78**, pp. 325–438, 1997.
18. Bernstein E., Vazirani U. Quantum complexity theory // *SIAM J. Computing*, **26**, pp. 1411–1473, 1997.
19. Meyer D. Sophisticated quantum search without entanglement. quant-ph/0007070, 2000.
20. Cirac J. I., Zoller P. Quantum computation with cold trapped ions // *Phys. Rev. Lett.* **74**, pp. 4091–4094, 1995.
21. Pellizzari T. et al. Decoherence, continuous observation and quantum computing: a cavity QED model. – University of Innsbruck, Preprint, 1995.
22. Makhlin Yu., Schoen G., Shnirman A. *Nature*, **398**, pp. 306–307, 1999.
23. Gershenfeld N. A., Chuang I. L. Bulk spin resonance quantum computing // *Science*, **275**, pp. 350–356, 1997.
24. Kane B. E. A silicon-based nuclear spin quantum computer // *Nature*, **393**, pp. 133–137, 1998.
25. Berman G. P., Doolen G. D., Hammel P. C., Tsifrinovich V. I. Solid-state nuclear-spin quantum computer based on magnetic resonance force microscopy // *Phys. Rev.* **B 61**, pp. 14694–14699, 2000.
26. Laflamme R. et al. NMR GHZ. quant-ph/9709025
27. Cory D. et al. Experimental quantum error correction. quant-ph/9802018
28. Yezep J. Type-II quantum computers // *Int. J. of Modern Physics C*, **9**, pp. 1587–1596, 1999.
29. Ежов А. А. Квантовый нейрон: без кубитов и сетей? // *Квантовые нейронные сети*. – Материалы рабочего совещания, МИФИ, Москва, 2001.

30. *Schrödinger E.* The present situation in quantum mechanics // In: *Quantum Theory and Measurement*, J.Wheeler and W.Zurek (eds), pp. 152-167, Princeton University Press, 1983.
31. *Jozsa R.* Entanglement and quantum computation // In: *Geometric Issues in the Foundations of Science*. S.Huggett, L.Mason, K.P.Tod, S.T.Tsou, and N.M.J. Woodhouse (eds). Oxford University Press, 1997.
quant-ph/9707034
32. *Ekert A., Jozsa R.* Quantum algorithms: entanglement enhanced information processing // *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, **A 356**, pp. 1769–1782, 1998.
33. *Wooters W.K.* Quantum entanglement as a quantifiable resource // *Philosophical Trans.: Math., Phys., and Eng. Sci.*, **356**, pp. 1717–1731, 1998.
34. *Shor P.* Scheme for reducing decoherence in quantum memory // *Phys. Rev. A* **52**, R2493, 1995.
35. *Bennett C., DiVincenzo D., Smolin J., Wootters D.W.* Mixed state entanglement and quantum error correction // *Phys. Rev. A* **54**, 3824, 1996.
36. *Kwiat P.G., Huges R.J.* Does Rydberg state manipulation equal quantum computation? // *Science*, **289**, 1431-a, 2000.
37. *Chuang I.L., Vandersypen L.M.K., Zhou X., Leung D.W., Lloyd S.* Experimental realization of a quantum algorithm // *Nature*, **393**, pp. 143–146, 1998.
38. *Jones J.A., Mosca M.* Implementation of a quantum algorithm to solve Deutsch's problem on a Nuclear Magnetic Resonance Quantum Computer. v.2
quant-ph/981027
39. *Dorai K., Arvind, Kumar A.* Implementation of a Deutsch-like quantum algorithm utilizing entanglement at the two-qubit level on an NMR quantum information processor. 2000
quant-ph/0006103
40. *Chuang I., Gershenfeld N., Kubinec M.* Experimental implementation of fast quantum searching // *Phys. Rev. Lett.*, **80**, pp. 3408–3411, 1998.
41. *Jones J., Mosca M., Hansen R.H.* Implementation of a quantum search algorithm on a quantum computer // *Nature*, **393**, pp. 344–346, 1998.
42. *Zyczkowski K., Horodecki P., Sanpera A., Lewenstein M.* Volume of the set of separable states // *Phys. Rev. A* **58**, pp. 883–892, 1998.
quant-ph/9804024
43. *Braunstein S.L., Caves C.M., Jozsa R., Linden R., Popescu S., Schack R.* Separability of very noisy mixed states and implications for NMR quantum computing // *Phys. Rev. Lett.*, **83**, pp. 1054–1057, 1999.

44. Vidal G., Tarrach R. Robustness of entanglement // *Phys. Rev. A* **59**, pp. 141–155, 1999.
45. Cerf N.J., Adami C., Kwiat P.G. Optical simulation of quantum logic. quant-ph/9706022
46. Ahn J., Weinacht T.C., Bucksbaum P.H. Information storage and retrieval through quantum phase // *Science*, **287**, 463, 2000.
47. Meyer D. Does Rydberg state manipulations equal quantum computation? // *Science*, **289**, 1431-a, 2000.
48. Collins D., Kim K.W., Holton W.C. Deutsch-Jozsa algorithm as a test of quantum computation // *Phys. Rev. A* **58**, pp. 1633–1636, 1998.
49. Arvind. Quantum entanglement and quantum computational algorithms // *Pramana J. of Physics*, **56**, pp. 357–365, 2001.
50. Lloyd S. Quantum search without entanglement // *Phys. Rev. A* **61**, 010301/1-4, 2000.
51. Ezhov A.A., Nifanova A.V., Ventura D. Quantum associative memory with distributed query // *Information Science*, **128**, pp. 271–293, 2001.
52. Muthukrishnan A. Quantum factoring and search algorithms. (2 Dec 2000)
URL: <http://www.optics.rochester.edu:8080/users/stroud/talks/muthukrishnan992/Algorithms.pdf>
53. Wootters W.K., Zurek W.H. A single quantum cannot be cloned // *Nature*, **299**, pp. 802–803, 1982.
54. Dieks D. Communication by electron-paramagnetic-resonance devices // *Phys. Lett.*, **A 92**, pp. 271–272, 1982.
55. Bernstein E., Vazirani U. Quantum complexity theory // In: *Proc. of the 25th Annual ACM Symposium on the theory of computing*, San Diego, CA, 16-18 May 1993 (New York: ACM 1993), pp. 11–20.
56. Terhal B.M., Smolin J.A. Single quantum querying of a database // *Phys. Rev. A* **58**, pp. 1822–1826, 1998.
57. Andrecut M., Ali M.K. A quantum neural network model // *Int. Journal of Modern Physics C*, **13**, pp. 75–88, 2002.
58. Gui-Lu Long, Yang Sun. Efficient scheme for initializing a quantum register with an arbitrary superposed state // *Physical Review A*, **64**, pp. 014303-1–14303-4, 2001.
59. Ezhov A.A. Quantum neural technology and controllable quantum gates // *Quantum Informatics-2002*, October 2–4, Zvenigorod, Russia. – to be published by SPIE.
60. Yurke B., McCall S.L., Klauder J.R. SU(2) and SU(1,1) interferometers // *Phys. Rev.*, **A 33**, pp. 4033–4053, 1986.

61. *Danakas S., Aravind P.K.* Analogies between two optical-systems (photon beam-splitters and laser-beams) and 2 quantum-systems (the two-dimensional oscillator and the 2-dimensional hydrogen atom) // *Phys. Rev. A* **45**, pp. 1973–1977, 1992.
62. *Reck M., Zeilinger A.* Quantum phase tracing of correlated photons in optical multiports // In: *Proc. of the Adriatico Workshop on Quantum Interferometry*, pp. 170–177, World scientific, 1993.
63. *Wheeler J.A.* Assessment of Everett's 'Relative State' Formulation of Quantum Theory // *Rev. Modern Phys.*, **29**, pp. 463–465, 1957.
64. *De Witt B.* Quantum theory of gravity. I. The canonical theory // *Phys. Rev.*, **160**, pp. 1113–1148, 1967.
65. *Hudges R.I.G.* The structure and interpretation of quantum mechanics. – Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts and London, pp. 289–294, 1989.
66. *D'Espagnat B.* Nonseparability and the tentative description of reality // In: *Quantum theory and pictures of reality*. W. Schommers (ed), Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, NY etc., pp. 131–136, 1989.
67. *D'Espagnat B.* Conceptual foundations of quantum mechanics. – Second Edition. Addison-Wesley, pp. 266–278, 1999.
68. *Omne's R.* The interpretation of quantum mechanics. – Princeton University Press, Princeton, NJ, pp. 345–348, 1995.
69. *Bub J.* Interpreting the quantum world. – Cambridge University Press, pp. 223–232, 1997.
70. *Dickson W.M.* Quantum chance and non-locality. Cambridge University Press. – pp. 48–50, 1998.
71. *Deutsch D.* The structure of the multiverse. 2001
quant-ph/0104033
72. *Narayanan A., Moore M.* Quantum-inspired genetic algorithms // In: *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICE96)*. IEEE Press, 1996.
73. *Vaidman L.* The many-worlds interpretation of quantum mechanics. – Stanford Encyclopedia of Philosophy.
URL: <http://www.tau.ac.il/~vaidman/mwi/mwst1.html>
74. *Фейнман Р.* КЭД: странная теория вещества и света. – М.: Наука, 1988.
75. *Renninger M.* Messung ohne Stöerung des Messobjekts, *Zeitschrift für Physik*. **158** 417, 1960.
76. *Dicke R.H.* Interaction-free quantum measurements. A paradox? // *Am.J.Phys.*, **49**, pp. 925–930, 1981.

77. *Elitzur A., Vaidman L.* Quantum mechanical interaction-free measurements // *Foundations of Phys.* **23**, pp. 987–997, 1993.
78. *Vaidman L.* The paradoxes of interaction-free measurements. 2001
quant-ph/0102049
79. *Penrose R.* *Shadows of the mind.* – Oxford University Press. Oxford, 1994.
80. *Hardy L.* Quantum mechanics, local realistic theories, and Lorentz-invariant realistic theories // *Phys. Rev. Lett.*, **68**, pp. 2981–2984, 1992.
81. *Mitchison G., Jozsa R.* Counterfactual computation. Appearing in Proc. Roy. Soc. (London) A, 2000.
82. *Zeh H. D.* On the interpretation of measurement in quantum theory // *Foundations of Physics*, **1**, pp. 69–76, 1970.
83. *Whitaker M. A. B.* The relative states and many-worlds interpretations of quantum mechanics and the EPR problem // *J. Physics A: Math. Gen.*, **18**, pp. 253–264, 1985.
84. *Perus M.* Common mathematical foundations of neural and quantum informatics // *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, **78**, pp. 23–26, 1998.
85. *Behrman E., Niemel J., Steck J. et al.* A quantum dot neural network // *Proc. 4th Workshop on Physics of Computation*, Boston, pp. 22–24, 1996.
86. *Ventura D., Martinez T.* Initializing the amplitude distribution of a quantum state
quant-ph/9807054
Д. Вентура, Т. Мартинец. Инициализация распределения амплитуд квантового состояния // *Квантовые нейронные сети.* – МИФИ, Москва, с. 36–50, 2001.
87. Quantum neural technology and controllable quantum gates. Quantum Informatics-2002, Zvenigorod, 2002 (будет опубликовано в SPIE).
88. *Zak M., Williams C.* Quantum neural nets.
89. *Rabitz H., Shi S.* *Advances in molecular vibrations and collision dynamics.* – IA JAI Press Inc., 187, 1991.
90. *Прескилл Дж.* Квантовые вычисления: за и против // В сб.: *Квантовые вычисления: за и против.* РХД, Ижевск, 1999.
91. *Yepez J.* Quantum lattice-gas model for the diffusion equation // *Int. J. Modern Physics C*, **12**, pp. 1285–1303, 2000.
92. *Pravia M., Chen Z., Yepez J., Cory D.* Towards a NMR implementation of a quantum lattice gas algorithm *Computer Physics Communications*, **146**, pp. 339–344, 2002.
93. *Bellman R., Wing G. M.* *An introduction to invariant imbedding.* – Wiley, N.Y., 1975.

94. *Амбарцумян В. А.* К вопросу о диффузном отражении света мутной средой // ДАН СССР, **33**, с. 257–263, 1943.
95. *Чандрасекар С.* Перенос лучистой энергии. – ИЛ, Москва, 1953.

Александр Александрович ЕЖОВ, кандидат физико-математических наук, начальник лаборатории квантовых нейронных систем Троицкого института инновационных и термоядерных исследований (ТРИНИТИ). Область научных интересов – теория переноса нейтронов, нейрокомпьютинг и квантовые вычисления. Автор более 60 научных публикаций.