

К модели ветвящегося пространства-времени

*Л.В. Ильичёв**

Институт автоматики и электрометрии СО РАН

630090, Новосибирск, Россия

Аннотация

Рассмотрено объединение моделей ветвящегося времени Приора и ветвящегося пространства-времени Белнапа в рамках единой теории. Место ветвящегося времени занимает соответствующая структура памяти Мультивидуума, из подструктур которой возникает события вместе со взаимными пространственно-временными отношениями.

Введение. Модель ветвящегося пространства-времени предложил Нуэль Белнап [1] с целью объединить в рамках единого подхода релятивизм и индетерминизм¹. Несомненно, что идея ветвящегося пространства-времени была инспирирована сформулированной ранее в работах Приора, Томасона и Маккола [2-4] концепцией ветвящегося времени. Последнее направление демонстрирует ныне устойчивое развитие, стимулируемое найденными приложениями в математическом программировании, и давно стало полигоном для грамматических и семантических тонкостей применения конструкции Subjunctive Mood и модальностей. Концепция ветвящегося времени оказалась чрезвычайно богатой и самодостаточной. В принципе всю энергию исследователя может поглотить теория событий в ветвящемся времени (см. работы Кучеры и др. [5-8]). Насколько известно автору, переход к ветвящемуся пространству-времени рассматривается в соответствующих работах как естественное обобщение модели ветвящегося времени. При этом обобщении понятие события наделяется "пространственной составляющей". Как нам представляется, отношение между двумя концепциями – ветвящегося времени и ветвящегося пространства-времени, несколько иное. В настоящей работе они фигурируют как две компоненты единой модели, в которой достаточно естественным образом возникает понятие пространственных отношений между событиями и интерпретация такого стандартного для специальной теории относительности понятия как пара причинно несвязанных событий в терминах их взаимной пространственной удалённости.

Предпошлём основному материалу краткое описание моделей ветвящегося времени и ветвящегося пространства-времени с целью введения необходимых понятий и языка.

*E-mail: leonid@iae.nsk.su

¹Сам Белнап ныне настаивает на термине "ветвящиеся пространства-времена" как на более адекватном.

Миры Белнапа. Белнап поступил достаточно просто и сделал в своём подходе понятие точечного события первичным. На множестве \mathcal{E} всех событий, которое будем называть Мультиверсом, определена некоторая частичная упорядоченность, отражающая причинные отношения между событиями. Если событие e_1 есть причина события e_2 , мы будем обозначать этот факт выражением $e_1 \rightsquigarrow e_2$. Эта форма записи отличается от используемой самим Белнапом, но более удобна для дальнейшего изложения. Данное причинное отношение у Белнапа также является элементарным первичным понятием, и все последующие конструкции имеют его в своём основании. Первой и наиболее важной из таких конструкций является понятие "мира"²: *"мир"* согласно определению Белнапа есть любое максимальное направленное от причины к следствию подмножество в \mathcal{E} . Поясним используемые термины. Направленность отражает естественное и интуитивно необходимое свойство любого мира – для любых двух событий e_1 и e_2 , принадлежащих миру \mathcal{W} , в \mathcal{W} должно существовать событие e , являющееся их общим следствием: $e_1 \rightsquigarrow e$ и $e_2 \rightsquigarrow e$. Это и есть математическое определение направленности, которое можно распространить с пары событий на любое их конечное множество. Условие максимальности не позволяет миру входить как собственное подмножество в некоторый более широкий мир. Это есть удобное свойство, из которого, в частности следует так называемая замкнутость мира по отношению к событиям-причинам. А именно, если некоторое событие e есть причина события $e' \in \mathcal{W}$, т.е. $e \rightsquigarrow e'$, то в мире \mathcal{W} существует общее следствие для пары событий e и e'' , где e'' – любое событие из \mathcal{W} (этим общим следствием в силу транзитивности отношения причинной связи может служить общее следствие пары событий e' и e'' , существующее согласно свойству направленности мира \mathcal{W}). Поэтому, можно расширить мир \mathcal{W} , включив в него событие e . Но если мир \mathcal{W} максимален, то такое расширение невозможно и, следовательно, событие e должно принадлежать ему уже изначально.

В общем случае для выбранной пары событий e_1 и e_2 не обязательно существование содержащего её мира. Такие события вслед за Белнапом будем называть несовместными. Естественно, например, ожидать, что события фиксации взаимно исключающих результатов некоторого квантового измерения окажутся несовместными³. Не следует отождествлять это понятие с отсутствием причинной связи между событиями.

Из стандартного применения леммы Цорна следует, что любое событие принадлежит некоторому миру. Гораздо менее тривиальным является выдвинутый Белнапом постулат о непустом пересечении любой пары миров. Как будет показано ниже, в предложенном подходе этот постулат выполняется автоматически.

В работах по моделям ветвящегося пространства-времени обычно используется язык исчисления предикатов, куда наряду с константами и переменными – символами множеств – входят логические связки \vee ("или"), \wedge ("и"), \rightarrow (импликация – "если ..., то..."), \neg ("не"), отношения порядка \leq , включения \in , а также кванторы всеобщности \forall и существования \exists . Нам будет более удобно формулировать утверждения на алгебраическом языке бинарных соответствий и отношений. Напомним, что бинарным соответствием S на множествах \mathcal{A} и \mathcal{B} называется некоторое подмножество их прямого произведения: $S \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{B}$, где $\mathcal{A} \times \mathcal{B} = \{ \langle a, b \rangle : a \in \mathcal{A}, b \in \mathcal{B} \}$ –

²У Белнапа используется термин "история", но мы зарезервируем его для других целей.

³Заметим, однако, что наречие "естественно" может оказаться не более чем отражением интуитивного взгляда на предмет самого Белнапа.

совокупность всевозможных упорядоченных пар элементов. Т.к. сами соответствия являются множествами, для них естественным образом определены булевские операции пересечения \cap , объединения \cup и взятия дополнения $'$. Однако, тот факт, что соответствия есть множества пар, позволяет определить для них операции инвертирования и композиции. А именно, для $S \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{B}$ определим $S^{-1} \subseteq \mathcal{B} \times \mathcal{A}$:

$$S^{-1} = \{\langle b, a \rangle : \langle a, b \rangle \in S\}$$

и для $S \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{B}$ и $T \subseteq \mathcal{B} \times \mathcal{C}$ определим $S \circ T \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{C}$:

$$S \circ T = \{\langle a, c \rangle : \exists b((\langle a, b \rangle \in S) \wedge (\langle b, c \rangle \in T))\}.$$

Аналогично, если $\mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{A}$ и $S \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{B}$, то

$$\mathcal{A}_1 \circ S = \{b \in \mathcal{B} : \exists a((a \in \mathcal{A}_1) \wedge (\langle a, b \rangle \in S))\}.$$

Бинарное отношение R на множестве \mathcal{E} есть частный случай соответствия (когда множества \mathcal{A} и \mathcal{B} совпадают): $R \subseteq \mathcal{E} \times \mathcal{E}$. Нас будет интересовать случай когда R – бинарное отношение причинного частичного порядка в Мультиверсе, т.е. $(\mathbf{e}_1 \rightsquigarrow \mathbf{e}_2) \leftrightarrow (\langle \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2 \rangle \in R)$. Оно как всякое отношение частичного порядка является рефлексивным (т.е. для любого события \mathbf{e} имеем $\mathbf{e} \rightsquigarrow \mathbf{e}$), транзитивным (из $\mathbf{e}_1 \rightsquigarrow \mathbf{e}$ и $\mathbf{e} \rightsquigarrow \mathbf{e}_2$ следует $\mathbf{e}_1 \rightsquigarrow \mathbf{e}_2$) и антисимметричным (если $\mathbf{e}_1 \rightsquigarrow \mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}_2 \rightsquigarrow \mathbf{e}_1$, то $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2$). При этом сам Мультиверс более правильно определять как пару $\langle \mathcal{E}, R \rangle$, т.е. множество событий вместе с причинным порядком.

Попробуем перевести на язык бинарных отношений определение мира Белнапа \mathcal{W} как максимального направленного подмножества Мультиверса. Рассмотрим следующее выражение

$$\mathcal{W} = \cup\{\mathcal{V} : \mathcal{V} \times \mathcal{W} \subseteq R_{\mathcal{V}} \circ R^{-1}\}, \quad (1)$$

где $R_{\mathcal{V}} \equiv (\mathcal{V} \times \mathcal{V}) \cap R$. Правая часть (1) есть объединение всех подмножеств из \mathcal{E} , удовлетворяющих выписанному в фигурных скобках условию. Если \mathcal{W} подчиняется (1), то это направленное множество. Действительно, пусть $\mathbf{e}_1 \in \mathcal{W}$ и $\mathbf{e}_2 \in \mathcal{W}$. Тогда \mathbf{e}_1 принадлежит некоторому подмножеству \mathcal{V} из правой части (1), т.е. $\langle \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2 \rangle \in \mathcal{V} \times \mathcal{W}$ и, следовательно, $\langle \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2 \rangle \in R_{\mathcal{V}} \circ R^{-1}$. Тогда из определения композиции отношений заключаем, что в \mathcal{V} обязательно есть событие \mathbf{e} , такое, что $\mathbf{e}_1 \rightsquigarrow \mathbf{e}$ и $\mathbf{e}_2 \rightsquigarrow \mathbf{e}$. Далее, если \mathcal{W} есть подмножество некоторого направленного множества $\tilde{\mathcal{V}}$, то, как нетрудно заметить, $\tilde{\mathcal{V}}$ подпадает под условие из правой части (1) и, следовательно, $\tilde{\mathcal{V}} \subseteq \mathcal{W}$, т.е. \mathcal{W} – максимальное направленное множество, и выражение (1) есть достаточное условие этого факта. Необходимое условие выглядит несколько иначе. Для любого максимального направленного множества \mathcal{W} и любого множества \mathcal{V} , удовлетворяющего условию

$$\mathcal{V} \times \mathcal{W} \subseteq R \circ R_{\mathcal{W}}^{-1}$$

мы имеем $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{W}$ в силу отмеченной выше замкнутости \mathcal{W} по отношению к событиям-причинам. Таким образом,

$$\cup\{\mathcal{V} : \mathcal{V} \times \mathcal{W} \subseteq R \circ R_{\mathcal{W}}^{-1}\} \subseteq \mathcal{W}. \quad (2)$$

Замечаем теперь, что из свойств направленности \mathcal{W} следует

$$\mathcal{W} \times \mathcal{W} = R_{\mathcal{W}} \circ R^{-1} = R \circ R_{\mathcal{W}}^{-1}, \quad (3)$$

т.е. само множество \mathcal{W} удовлетворяет условию из левой части (2), и поэтому имеет место

$$\mathcal{W} = \cup\{\mathcal{V} : \mathcal{V} \times \mathcal{W} \subseteq R \circ R_{\mathcal{W}}^{-1}\}. \quad (4)$$

Это есть необходимое условие, которому удовлетворяют все миры Белнапа. Мы будем ориентироваться на уравнение (1), описывающее *некоторые* из миров Белнапа.

Заметим, что условие максимальности мира как направленного множества не является необходимым для свойства замкнутости относительно событий-причин. Рассмотрим, например, множество событий \mathcal{W} , подчиняющееся уравнению (3). Нетрудно заметить, что это есть направленное множество (хотя, возможно, и не максимальное) и оно обладает отмеченным выше свойством замкнутости. Действительно, пусть некоторое событие e есть причина события $e' \in \mathcal{W}$. Тогда $\langle e', e \rangle \in R^{-1}$. В силу рефлексивности $\langle e', e' \rangle \in R_{\mathcal{W}}$ и, следовательно, $\langle e', e \rangle \in R_{\mathcal{W}} \circ R^{-1}$. Согласно (3) $\langle e', e \rangle \in \mathcal{W} \times \mathcal{W}$, т.е. $e \in \mathcal{W}$.

Вопрос о том, обладает ли новое более широкое определение мира посредством уравнения (2) некоторыми преимуществами перед традиционным "максимальным" белнаповским определением, остаётся пока открытым.

Внутренняя структура событий. Теперь мы собираемся в определённом смысле лишить обе компоненты Мультиверса $\langle \mathcal{E}, R \rangle$, т.е. и множество \mathcal{E} всех событий, и отношение R причинной зависимости между ними статуса первичных понятий. Мы сделаем их производными от структуры памяти некоторого Мультивидуума. Таким образом, в нашей модели Мультиверс не существует сам по себе как "объективная реальность", а оказывается функцией сознания и памяти. Далее мы обсудим отличие принимаемой точки зрения от "обычного" солипсизма.

Мультивидуумом (точнее, его моделью) будем называть упорядоченную пару $\langle \mathcal{M}, T \rangle$, где \mathcal{M} – множество состояний памяти Мультивидуума, а T – бинарное отношение частичного порядка на \mathcal{M} с естественной интерпретацией: $\langle m_1, m_2 \rangle \in T$ (в эквивалентной записи: $m_1 \leq m_2$) есть утверждение, что в состоянии m_2 память Мультивидуума содержит всё, что имеется в памяти m_1 . Кроме неизменных для частичного порядка требований рефлексивности: $D_{\mathcal{M}} \subseteq T$ (здесь $D_{\mathcal{M}} \equiv \{\langle m, m \rangle : m \in \mathcal{M}\}$ есть так называемая диагональ – тождественное бинарное отношение на \mathcal{M}), транзитивности: $T \circ T \subseteq T$ и антисимметричности $T \cap T^{-1} = D_{\mathcal{M}}$ мы подчиним бинарное отношение T ещё двум чрезвычайно важным условиям, а именно, так называемому *запрету на обратное ветвление*:

$$\forall m \forall m' \forall m'' ((m' \leq m) \wedge (m'' \leq m) \rightarrow (m' \leq m'') \vee (m'' \leq m')). \quad (5)$$

(на языке алгебры бинарных отношений это утверждение выглядит так: $T \circ T^{-1} \subseteq T \cup T^{-1}$) и так называемой *связности историй*:

$$\forall m \forall m' \exists m'' ((m'' \leq m) \wedge (m'' \leq m')) \quad (6)$$

($T^{-1} \circ T = \mathcal{M} \times \mathcal{M}$). Эти два дополнительных условия превращают память Мультивидуума в древовидную структуру, которую мы будем называть *структурой ветвления*.

Мы практически дословно воспроизвели исходные положения модели ветвящегося времени [2] за единственным исключением, касающимся интерпретации: элементы множества \mathcal{M} мы рассматриваем не как моменты времени, а как состояния памяти

Мультивидуума. Мы сохраним за любой максимальной цепью (линейно упорядоченным подмножеством) h из $\langle \mathcal{M}, T \rangle$ название "история" и далее будем оперировать этим понятием.

В модели ветвящегося времени существует достаточно развитая теория "событий". Сравнительный анализ разных подходов к этому понятию изложен в [8]. Мы воспользуемся определением, предложенным Минг Ксу [7], несколько видоизменив его и избавив от ненужных в нашей модели деталей. Предварительно введём важное понятие подструктуры ветвления $\langle F, T_F \rangle$, где $F \subseteq \mathcal{M}$, $T_F \equiv T \cap (F \times F)$. Будем считать выполненными следующие условия. Прежде всего исключим из рассмотрения тривиальный случай $F = \emptyset$. Заметим, что, как следует из дополнительных условий (5) и (6), определяющих структуру ветвления, запрет на обратное ветвление для подструктуры выполняется автоматически благодаря простейшему свойству бинарных отношений:

$$T_F \circ T_F^{-1} \subseteq (T \circ T^{-1})_F \subseteq T_F \cup T_F^{-1}. \quad (7)$$

Связность историй для подструктуры есть уже нетривиальное налагаемое условие на F :

$$T_F^{-1} \circ T_F = F \times F. \quad (8)$$

Дополнительно наложим на подструктуру ветвления *условие прямой замкнутости*:

$$\forall m \forall m' ((m \in F) \wedge (m \leq m') \rightarrow (m' \in F)), \quad (9)$$

которое для исходной структуры ветвления выполняется тривиальным образом. На языке бинарных отношений условие прямой замкнутости имеет вид:

$$F \circ T = F \quad (10)$$

и представляет собой естественное требование включения в подструктуру вместе с некоторым состоянием памяти m Мультивидуума всевозможных расширений этого состояния.

Важнейшим и интуитивно очевидным является следующее свойство: для любых двух пересекающихся подструктур ветвления одна из них является подмножеством другой, т.е.

$$(F_1 \cap F_2 \neq \emptyset) \rightarrow ((F_1 \subseteq F_2) \vee (F_2 \subseteq F_1)). \quad (11)$$

Действительно, возьмём $m' \in F_1$ и $m'' \in F_2$. Если $m' \leq m''$, то $m'' \in F_1$, если $m'' \leq m'$, то $m' \in F_2$. Пусть m' и m'' не сравнимы. Зафиксируем $t \in F_1 \cap F_2$. Тогда, согласно принципу связности историй в F_1 найдётся t_1 , такой, что $t_1 \leq m'$ и $t_1 \leq t$, а в F_2 найдётся t_2 , такой, что $t_2 \leq m''$ и $t_2 \leq t$. Мы видим, что верно утверждение: $t_1 \leq t$ и $t_2 \leq t$. Из условия отсутствия обратного ветвления состояния t_1 и t_2 должны быть сравнимы, и, следовательно, принадлежать одной из подструктур. Той же подструктуре должны принадлежать и оба состояния памяти m' и m'' , как включающие в себя наименьшее из состояний t_1 и t_2 .

Теперь мы готовы определить *событие* e как некоторую совокупность дизъюнктивных (непересекающихся) подструктур ветвления в структуре памяти Мультивидуума. Мы не случайно использовали для обозначения события в данном определении символ, применявшийся ранее для события из ветвящегося пространства-времени Белнапа. Мы собираемся **отождествить** эти понятия. События из \mathcal{E} теряют таким образом статус первичности и становятся понятиями, производными от структуры памяти Мультивидуума. Мы будем говорить, что *событие* e *зафиксировано* в

истории h , если среди подструктур ветвления, образующих e , есть подструктура, пересекающаяся с h . Условие дизъюнктивности в определении события гарантирует, что данное событие может быть зафиксировано в данной истории не более одного раза [7]. Это есть весьма разумное и естественное ограничение. Мы будем использовать символ $e(h)$ как запись утверждения о фиксации события e в истории h . Этот же символ будет обозначать подструктуру ветвления из e , с которой пересекается история h . То или иное употребление будет определяться контекстом.

Здесь представляется уместным высказать некоторые соображения о взаимодействии введённых понятий. Прежде всего в виде предостережения отметим некорректность рассуждений в терминах "вхождения истории h в мир \mathcal{W} ". Мир состоит из событий, и правильнее ставит вопрос о том какие события из данного мира зафиксированы в данной истории. Далее заметим, что, согласно нашему определению события, оно с одной стороны конструируется из некоторого подмножества всех состояний памяти, а с другой стороны оказывается зафиксированным во всех историях, куда входят данные состояния памяти. В этой связи при неформальной интерпретации предлагаемой модели может возникнуть впечатление о замкнутом круге понятий, т.е. "события строятся из состояний памяти, а эти состояния включают в себя память о событиях". Однако, наша память, как и память гипотетического Мультивидуума, содержит помимо фиксации событий "внешнего мира" наши мысли, настроения, переживания, в общем всё, что можно назвать миром внутренним.

Пользуясь введённой моделью события дадим важное для всего дальнейшего определение причинного отношения между событиями:

$$(e_1 \rightsquigarrow e_2) \leftrightarrow \forall h(e_2(h) \rightarrow e_1(h) \wedge (e_1(h) \supseteq e_2(h))). \quad (12)$$

В обычном словесном оформлении это утверждение гласит, что событие e_1 является причиной события e_2 в том и только в том случае, когда в любой истории, в которой зафиксировано событие e_2 , обязательно зафиксировано и событие e_1 , причём зафиксировано "не позднее". Последнее выражение в кавычках есть не более чем интуитивный эквивалент включения $e_1(h) \supseteq e_2(h)$, обозначенного в правой части в (12).

По-существу, (12) есть утверждение, что причинная зависимость события e_2 от e_1 тождественна вхождению любой подструктуры ветвления из e_2 в некоторую подструктуру ветвления из совокупности, образующей e_1 . Этот факт позволяет нам вывести выражение для причинного бинарного отношения R . Прежде всего заметим, что причинное отношение между событиями в нашей модели должно зависеть от того какие совокупности дизъюнктивных подструктур ветвления являются событиями. А priori нет оснований считать, что событием является любая такая совокупность. Введём соответствие $Q \subseteq \mathcal{E} \times \mathcal{F}$, где \mathcal{F} – множество всех подструктур ветвления в $\langle \mathcal{M}, T \rangle$, так что $\langle e, F \rangle \in Q$ т. и т. т., когда F входит в совокупность подструктур ветвления, образующих событие e . Естественно, что область определения соответствия Q с множеством всех событий \mathcal{E} . На соответствие Q можно смотреть как на способ назвать некоторые определённые совокупности подструктур ветвления событиями. Именно в этом смысле следует понимать сделанное выше утверждение о лишении событий статуса первичных понятий. Нам ещё понадобится естественное отношение частичного порядка $P \subseteq \mathcal{F} \times \mathcal{F}$ на множестве всех подструктур ветвления, определённое посредством обычного теоретико-множественного включения. Т.е. $\langle F_1, F_2 \rangle \in P$ эквивалентно $F_1 \subseteq F_2$. Рассмотрим элемент $\langle e, F \rangle \in R \circ Q$. По определению композиции соответствий, существует \tilde{e} , такой, что $\langle e, \tilde{e} \rangle \in R$ и $\langle \tilde{e}, F \rangle \in Q$, т.е. $e \rightsquigarrow \tilde{e}$

и F входит в событие \tilde{e} . Но тогда в совокупности подструктур ветвления, образующей событие e , существует \tilde{F} , такая, что $F \subseteq \tilde{F}$ (т.е. $\langle e, \tilde{F} \rangle \in Q$). Следовательно $\langle e, F \rangle \in Q \circ P^{-1}$. Имеем таким образом:

$$R \circ Q \subseteq Q \circ P^{-1}. \quad (13)$$

Это есть единственное ограничение на R , следующее из определения (12). Докажем, что отношение причинной зависимости есть *максимальное* бинарное отношение на \mathcal{E} , удовлетворяющее условию (13), а именно, имеет место следующее простое УТВЕРЖДЕНИЕ: Бинарное причинное отношение есть

$$R = \cup \{ \tilde{R} : \tilde{R} \circ Q \subseteq Q \circ P^{-1} \} \quad (14)$$

и является рефлексивным ($D_{\mathcal{E}} \subseteq R$), транзитивным ($R \circ R \subseteq R$) и антисимметричным ($R \cap R^{-1} = D_{\mathcal{E}}$). Т.е. является отношением частичного порядка.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО: Имеем $D_{\mathcal{E}} \circ Q = Q \subseteq Q \circ P^{-1}$ (последнее включение следует из того, что $D_{\mathcal{F}} \subseteq P$). Таким образом, $D_{\mathcal{E}}$ удовлетворяет условию из фигурных скобок в (14) и, следовательно, $D_{\mathcal{E}} \subseteq R$ (рефлексивность). Из (13) имеем:

$$R \circ R \circ Q \subseteq R \circ Q \circ P^{-1} \subseteq Q \circ P^{-1} \circ P^{-1} \subseteq Q \circ P^{-1}.$$

Последнее включение есть следствие очевидной транзитивности отношения P . Таким образом, $R \circ R$ присутствует среди \tilde{R} из правой части (14) и, следовательно $R \circ R \subseteq R$ (транзитивность). Пусть $\langle e_1, e_2 \rangle \in R$ и $\langle e_2, e_1 \rangle \in R$. Берём любую подструктуру ветвления F_2 , входящую в событие e_2 , т.е. $\langle e_2, F_2 \rangle \in Q$. Тогда $\langle e_1, F_2 \rangle \in R \circ Q$ и, следовательно, $\langle e_1, F_2 \rangle \in Q \circ P^{-1}$. Значит, существует подструктура ветвления F_1 , такая, что $\langle e_1, F_1 \rangle \in Q$ и $F_2 \subseteq F_1$. Из факта $\langle e_2, e_1 \rangle \in R$ имеем $\langle e_2, F_1 \rangle \in R \circ Q$ и, далее, $\langle e_2, F_1 \rangle \in Q \circ P^{-1}$. Следовательно, существует подструктура \tilde{F}_2 со свойствами $\langle e_2, \tilde{F}_2 \rangle \in Q$ и $F_1 \subseteq \tilde{F}_2$. Таким образом, $F_2 \subseteq F_1 \subseteq \tilde{F}_2$. Так как подструктуры F_2 и \tilde{F}_2 входят в совокупность, образующую событие e_2 и не являются дизъюнктными, они идентичны. Отсюда следует, что $F_1 = F_2$. Симметрия относительно перестановки 1 и 2 приводит к заключению $\{F_1 : \langle e_1, F_1 \rangle \in Q\} = \{F_2 : \langle e_2, F_2 \rangle \in Q\}$, т.е. $e_1 = e_2$ (антисимметричность). \square

Рассмотрим теперь феномен причинной независимости событий. Среди пар $\langle e_1, e_2 \rangle$ ($\langle e_1, e_2 \rangle \notin R \cup R^{-1}$) таких событий есть несовместимые события, т.е. не принадлежащие одному и тому же миру. В частности ясно, что несовместимыми событиями являются такие, для которых объединённая совокупность их подструктур ветвления является дизъюнктивной. Для такой пары не существует общего события-следствия и, как результат, общего мира. Но этим примером не исчерпываются все пары несовместимых событий, если мы хотим, чтобы миры Белнапа несли узнаваемые черты. Чтобы прояснить ситуацию рассмотрим формальное отрицание логического высказывания о причинной связи (12):

$$\langle e_1 \not\sim e_2 \rangle \leftrightarrow \exists h (e_2(h) \wedge \neg e_1(h)) \text{ или } \exists h (e_1(h) \wedge e_2(h) \wedge (e_1(h) \subset e_2(h))). \quad (15)$$

Здесь $\neg e_1(h)$ есть символ отрицания утверждения о фиксации события e_1 в истории h . Связка "или" в правой части неисключающая. Следует обратить внимание, что фигурирующее в правой части включение строгое, т.е. $e_1(h)$ есть собственное подмножество в $e_2(h)$.

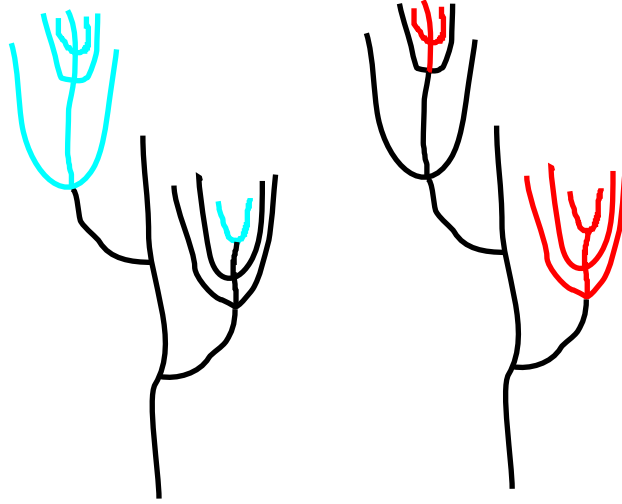


Рис. 1. Пример двух пространственно разнесённых событий. Синим цветом обозначены подструктуры ветвления, образующие событие 1, а красным – событие 2. Левый и правый рисунок изображают один и тот же фрагмент структуры памяти Мультивидуума.

Утверждение о причинной несвязанности пары событий, т.е. $(e_1 \not\rightarrow e_2)$ и $(e_2 \not\rightarrow e_1)$ можно построить, комбинируя различными способами альтернативы из правой части (15). Нас будет интересовать следующий вариант:

$$(e_1 \not\rightarrow e_2 \text{ и } e_2 \not\rightarrow e_1) \leftarrow \quad (16)$$

$$\exists h_1 \exists h_2 (e_1(h_1) \wedge e_1(h_2) \wedge e_2(h_1) \wedge e_2(h_2) \wedge (e_2(h_1) \subset e_1(h_1)) \wedge (e_1(h_2) \subset e_2(h_2))),$$

Правая часть этого соотношения утверждает, что есть история h_1 , в которой событие e_1 зафиксировано "раньше" события e_2 , и есть история h_2 , в которой порядок фиксации этих событий противоположен. Если искать аналог для данной ситуации в релятивизме, то представляется разумным ассоциировать (16) с двумя разными сценариями фиксации наблюдателем событий, разделённых пространственно-подобным интервалом. При одном сценарии судьба так распорядилась с наблюдателем, что он оказался вблизи события e_1 и сигнал от этого события достиг наблюдателя раньше сигнала от события e_2 . Во втором сценарии ситуация противоположная. В нашей модели "наблюдателем" является Мультивидуум, со структурой памяти, включающей в себя как разные ветви то, что в приведённой иллюстрации называлось разными судьбами и сценариями. Назовём пару причинно несвязанных событий e_1 и e_2 , для которых верно утверждение из правой части (16) *пространственно разнесёнными* и предложим следующий

ПОСТУЛАТ: *любые два совместных (вместе принадлежащих некоторому миру Белланы) причинно несвязанных события являются пространственно разнесёнными.*

Таким образом, этот постулат утверждает, что для совместных событий импликация \leftarrow в (16) должна быть заменена на эквивалентность \leftrightarrow . На рис. 1 изображена пара пространственно разнесённых событий. Та же пара приведена и на рис. 2 с обозначением пересечений соответствующих подструктур ветвления.

На языке бинарных отношений и соответствий приведённый постулат имеет, как легко понять, следующую форму:

$$\mathcal{W} \times \mathcal{W} - R_{\mathcal{W}} \cup R_{\mathcal{W}}^{-1} = (Q \circ (P - D_{\mathcal{F}}) \circ Q^{-1})_{\mathcal{W}} \cap (Q \circ (P - D_{\mathcal{F}})^{-1} \circ Q^{-1})_{\mathcal{W}}, \quad (17)$$

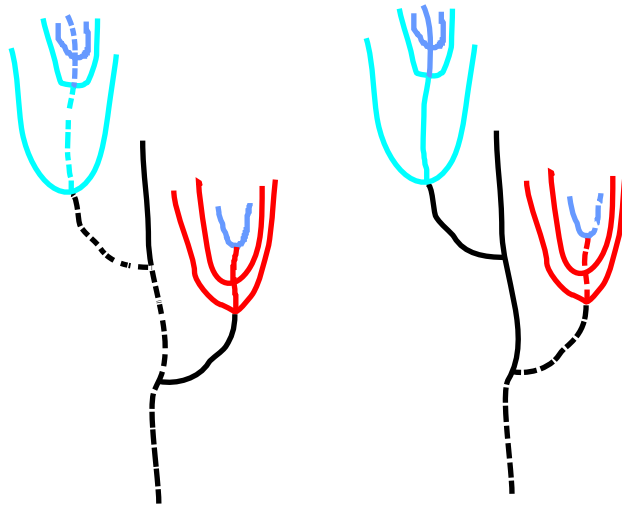


Рис. 2. События 1 и 2 изображены на одной схеме. Их пересечение окрашено в фиолетовый цвет. На левом рисунке пунктиром обозначена история, в которой событие 1 фиксируется раньше события 2. На правом рисунке обозначена история, где порядок фиксации событий противоположен.

где слева стоит множество всех пар причинно несвязанных событий в мире \mathcal{W} , а справа – множество всех пар пространственно разнесённых событий этого мира.

Поясним сказанное на простом примере. Рассмотрим пару событий e' и e'' таких, что некоторый набор $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ (дизъюнктивных) подструктур ветвления входит в оба события, а остальные дополнительные подструктуры ветвления в каждой из совокупностей дизъюнктивны со всеми дополнительными подструктурами из другой совокупности. Данные события с очевидностью не являются причинно связанными. Казалось бы, можно назначить их общую подсовокупность $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ на роль события e , являющегося их общим причинным следствием. Тогда события e' и e'' попадут в любой мир Белнапа, в который войдёт событие e . Это следует из замкнутости любого мира Белнапа по отношению к событиям-причинам. Однако, как легко заметить, e' и e'' не являются пространственно разнесёнными событиями. Поэтому, если принять постулат (17), они должны быть несовместными. Следовательно, этот постулат лишает совокупность $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ права быть событием.

В принципе, выражения (1), (14) и (17), взятые вместе, следует рассматривать как некоторое нетривиальное условие, накладываемое на соответствие Q . При выполнении этого условия множество миров Белнапа непусто и эти миры похожи в определённом смысле на мир пространственно-локализованных событий с конечной скоростью распространения сигналов. Является ли данное условие совместности единственным, накладываемым на соответствие Q ? Есть по крайней мере ещё одно очень естественное условие. А именно, среди событий обязательно должно присутствовать событие e_0 , чья совокупность подструктур ветвления состоит всего из одного элемента и этим элементом является сама исходная структура \mathcal{M} памяти Мультивидуума. Это событие есть аналог Сотворения Мультиверса, оно есть причина любого другого события из Мультиверса и поэтому входит в любой мир. Мы имеем естественный вариант выполнения постулата Белнапа о непустом пересечении любой пары миров.

Обсуждение. В традиционной парадигме научного подхода считается адекватной идея объективной реальности, т.е. существования внешнего мира "самого по

себе". Соответственно, все физические теории ориентировались на описание объективной реальности "пустого" (свободного от Мысли и Сознания) Мира. В предложенной работе сделана попытка провести альтернативный взгляд и попробовать рассматривать существование Мира (Мультиверса) в неразрывной связи с Наблюдателем. Вполне ожидаемым следствием такой исходной установки может явиться полное исчезновение сколь-нибудь самостоятельных атрибутов "Внешнего Мира" и превращение его в некоторую производную от структуры сознания и памяти Наблюдателя. Интересен вопрос о принципиальной возможности избежать столь радикального экстремизма. В рассмотренной модели это сделать не удаётся. Наблюдатель в нашей модели это Мультивидуум с ветвящейся структурой памяти. Из характера этой структуры проистекает в конечном счёте свойства мира событий, которые могут быть соотнесены времени (через причинную зависимость) и пространству (через понятие и постулат о пространственной разнесённости). Нетривиальный ветвящийся характер структуры памяти Мультивидуума должен оградить автора в некоторой хоть и слабой степени от обвинений в апологетике унылого солипсизма⁴. Вряд ли традиционный солипсист верит в факт **вполне объективного** существования бесчисленного множества своих судеб, в каждой из которых вне времени и пространства записан один из уникальных вариантов истории его впечатлений. И среди этих историй нет выделенной, т.е. нет "тонкой красной нити", проходящей через структуру памяти Мультивидуума, и только все вместе эти истории порождают воспринимаемый Мир событий, локализованных в пространстве и времени.

Отметим очевидные недостатки и предметы умолчания предлагаемой модели. Прежде всего это не более чем структурная модель. Несмотря на центральное положение Мультивидуума, модель по большому счёту не приближает нас к разгадке тайны Сознания. В модели отсутствует его важнейший атрибут – свобода воли. Нет даже объекта, к которому эта воля может быть приложена. Тем более ничего не говорится о том, что можно было бы сопоставить в рамках структуры Мультивидуума множеству свободных волей. Некоторые косвенные заключения о возможном отношении предложенной модели к феномену Сознания всё же сделать можно. Прежде всего, следует констатировать, что структура памяти Мультивидуума выступает не более как поставщик материала для построения множества событий – Мультиверса. Само построение событий и причинных отношений между ними выполняется Сознанием. При этом построении в едином событии оказываются объединёнными в единую совокупность некоторые подструктуры ветвления, т.е. разные фрагменты памяти Мультивидуума. Этот факт позволяет говорить о глобальном характере Сознания относительно структуры памяти. Сознание никак не может быть привязано ни к отдельным элементам структуры M , т.е. состояниям памяти, ни к историям – упорядоченным подмножествам этой структуры. В отличие от памяти Мультивидуума, его Сознание (в рамках предлагаемой модели) не может быть ветвящимся.

Можно высказать также следующие соображения о необходимых ингредиентах понятийного аппарата любой модели, хоть в малой степени пригодной для описания работы сознания. Выскажем (возможно спорное) предположение, что феномен сознания неразрывно связан с общением и языком. Для описания общения необходимо понятие объёма информации, для чего, в свою очередь, необходимо появление в модели вероятностей. В нашей модели их нет.

⁴Сама по себе идея о серьёзной пропаганде или критике "обычного" солипсизма достаточно забавна.

Не совсем ясен статус соответствия Q , определяющего сам Мультиверс и богатство множества миров Белнапа. Выше было показано, что с принятием постулата о пространственной разнесённости мы должны лишиться некоторые совокупности дизъюнктивных подструктур ветвления статуса событий. В этой связи весьма уместно подумать о сравнительной ценности упомянутого постулата и единого понятия события, при котором существует взаимно однозначное соответствие между множеством всех событий и множеством **всех** совокупностей дизъюнктивных подструктур ветвления. В случае выбора в пользу последнего, соответствие Q становится тривиальным, т.е. сводится просто к индексации всевозможных таких совокупностей. Более того, в этом случае оказывается возможным естественным и простым образом наделить Мультиверс свойствами полной решётки (мы не будем обсуждать здесь такую возможность). Однако, при этом встаёт проблема физической интерпретации понятия совместных причинно несвязанных и пространственно неразнесённых событиях. Ответа на вопрос о предпочтительности того или иного выбора пока нет.

Наконец, пока не ясна связь не только предложенной модели но и всей концепции Приора-Белнапа с другой общей теорией, где образ ветвящихся миров является центральным в интерпретации. Я имею ввиду эвереттовский подход к проблеме актуализации исхода квантовомеханического измерения. Взаимодействие между этими двумя ветвями теории пока достаточно слабое, хотя уже есть очень интересные результаты по интерпретации (в рамках модели ветвящегося пространства-времени) феномена корреляций типа Эйнштейна-Подольского-Розена [9]. Поэтому можно выражать осторожный оптимизм относительно перспектив взаимного влияния и даже возможного слияния данных направлений в недалёком будущем. Однако настоящее состояние теории ветвящегося пространства-времени (и даже её понятийного аппарата) делает её совершенно непригодной для анализа гипотезы склеек Ю.А.Лебедева [10]. Возможно, трудности на этом пути те же, что и в отмеченной выше "проблеме Сознания". Ведь именно сознание идентифицирует некоторые наши впечатления как результат склеек. Эта идентификация предполагает некоторый культурный и научный контекст, что с очевидностью относит её к явлениям несравненно более высокого порядка, чем элементарные причинно-следственные связи между событиями.

В связи с феноменом склеек представляется интересным подстрочное примечание на стр. 26 "постпринта" Белнапа [11]. Там он констатирует необъяснимое исчезновение из его опубликованной более ранней работы некоторого материала по логическому анализу языковых конструкций, неявно отражающих ветвящуюся структуру нашего мира. Поэтому можно предположить, что явление склеек не обошло стороной самого создателя теории ветвящегося пространства-времени.

Автор признателен С.В.Анищику и Ю.А.Лебедеву за весьма стимулирующие обсуждения затронутых проблем.

Список литературы

- [1] N. Belnap, "Branching space-time". *Synthese* **92** (1992) 385-434.
- [2] A. Prior, *Past, Present, and Future*. Oxford University Press, Oxford (1967).
- [3] R.H. Thomason, "Indeterminist time and truth-value gap" *Theoria* **36** (1970) 264-281.

- [4] S. McCall, "Objective time flow" *Philosophy of Science* **43** (1976) 337-362.
- [5] F. Kuchera, "Causation" *Journal of Philosophical Logic* **22** (1993) 563-588.
- [6] U. Meixner, "Events and their reality" *Logic and Logical Philosophy* **2** (1994) 23-33.
- [7] M. Xu, "Causation in branching time (I): Transitions, events and causes" *Synthese* **112**(2) (1997) 137-192.
- [8] S. Wöfl, "Events in branching time" *Studia Logica* **79** (2003) 255-282.
- [9] N. Belnap, "EPR-like "Funny business" in the theory of brunching space-times" in *Non-Locality and Modality*. Eds. T. Placek and J. Butterfield. Kluwer Academic Publishers (2001).
- [10] Ю.А. Лебедев, *Неоднозначное мироздание. Апокрифические размышления о Стрелах Времени, летящих без руля и без ветрил*. Кострома, (2000).
- [11] N. Belnap, "Branching space-time" (2003) <http://philsci-archive.pitt.edu>