

Трудности онтологической концепции квантового состояния при наличии причинных петель

Л. В. Ильичев ¹⁾

Новосибирский государственный университет,
Институт автоматки и электротметрии СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

Рассматривается проблема выбора правильного взгляда – онтологического или эпистемологического – на понятие состояния квантовой системы в контексте идей Эверетта. В рамках модели с причинными петлями и квантовым измерением демонстрируется неадекватность онтологической концепции.

PACS: 03.65.Ta, 04.20.Cv

Введение. Статус понятия квантового состояния является центральным при любом рассмотрении интерпретационных проблем квантовой физики. Существуют два основных подхода к этому вопросу – онтологический и эпистемологический. Согласно первому взгляду состояние ψ_S квантовой системы является реальностью, хоть и не "данной нам в непосредственном ощущении", но объективно существующей независимо от нас и нашего знания о системе. Мотивы, толкающие к принятию такого взгляда представляются довольно естественными: соотношение неопределенности лишило статуса привычного объективного существования классическое состояние как точки в фазовом пространстве частицы, и мы испытываем (возможно неосозанный) дискомфорт, наблюдая пустоту пьедестала Реальности, и спешим воздвигнуть на него состояние той же частицы в новом обличье волновой функции. Возможно крайней формой выражения онтологического парадигмы служит бытующее в английском языке и используемое в некоторых статьях выражение "the state ψ_S lives on the system" (рис.1 слева). От принявшего онтологическую концепцию требуется найти способ ужиться с парадоксом Эйнштейна-Подольского-Розена [1], встающего во всей своей значительности²⁾. В противоположность этому эпистемологический взгляд сводит понятие состояния исключительно к особым образом оформленному нашему *знанию* о квантовой системе (рис.1 справа). Заметим, что в такой трактовке понятие квантового состояния приобретает черты реляционности, т.к. теперь при спецификации состояния требуется указать носителя знания о системе.

¹⁾e-mail: leonid@iae.nsk.su

²⁾Высказываются соображения, что авторы парадокса (по крайней мере Эйнштейн) руководствовались при написании своей работы неприятием онтологического взгляда на квантовое состояние.

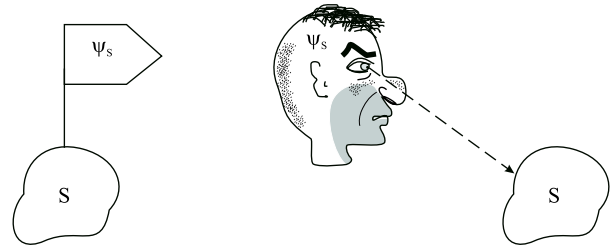


Рис.1. Слева – онтологическая трактовка понятия состояния ψ_S квантовой системы, справа – эпистемологическая трактовка.

В этом контексте интересно оценить взгляды Эверетта. Весьма примечательно, что центральным в подходе Эверетта является понятие *соотнесенных* квантовых состояний системы с одной стороны и памяти наблюдателя с другой. Здесь явно просматриваются мотивы реляционной (эпистемологической) концепции. С другой стороны, соотнесенные состояния возникают в рамках некоторой глобальной волновой функции Ψ . Взгляд Эверетта на статус глобальной волновой функции четко и недвусмысленно обозначен в его диссертации [2]: "The state function Ψ is thought of as objectively characterizing the physical system, i.e., at all times an isolated system is thought of as possessing a state function, independently of our state of knowledge of it"³⁾. Таким образом, глобальное состояние имеет по Эверетту онтологический характер. Налицо определенная непоследовательность и двойственность взглядов. Почему объекты квантового формализма, имеющие единую математическую природу, т.е. состояние Вселенной в целом и состояния ее подсистем, столь различны в плане своего отношения к Реальности? Разрешение противоречия

³⁾Автор позволил себе отнести этот пассаж к глобальной волновой функции, хотя сам Эверетт явно это не указывает, на том основании, что Вселенная в целом представляет собой идеальную (и единственную) замкнутую систему.

простейшим образом, приписав глобальной волновой функции эпистемологический (реляционный) статус, потребует указания второго партнера реляции – метанаблюдателя по терминологии Ю.Лебедева [3], что представляется затруднительным, т.к. его необходимо будет расположить вне Вселенной. Следует ли в свете этого отказаться от понятия глобальной волновой функции? Явится ли такой отказ фатальным для первоначальной оригинальной концепции Эверетта? Или, возможно, ошибочна наша интерпретация эвереттовской трактовки соотнесенных состояний как эпистемологических? Вопросы эти проще поставить, чем ответить на них. Цель настоящей работы значительно более скромная. В рамках эвереттовского представления о множестве миров будет продемонстрирована неадекватность онтологического взгляда на квантовое состояние *a la* David Deutsch. Действуя в рамках известной работы [4], мы имеем дело с мощным, хотя и экзотическим инструментом – замкнутой мировой линией (причинной петлей, машиной времени). Как известно, такие особенности в структуре пространства-времени допускаются общей теорией относительности (ОТО). Особенности квантовой эволюции в присутствии причинных петель представляют несомненный интерес, т.к. возникает возможность "столкнуть" две основные физические теории (ОТО и квантовую механику) и изучить разлетевшиеся "осколки". Это позволит лучше понять обе теории и их взаимоотношение. Необычные свойства разрывных перемещений во времени в контексте квантового взгляда на устройство мира рассматриваются также в книге [3]. Дойч сформулировал общий рецепт описания эволюции простейшей квантовой системы – кубита – при условии его взаимодействия со своей более поздней версией, совершившей путешествие назад во времени. При этом указан выход из известных логических парадоксов машины времени. Достичь этого удастся с помощью определенного условия согласования, суть которого легко понять из рис.2, с незначительными изменениями воспроизводящего соответствующую схему из [4]. Обычное плоское двумерное пространство-время Минковского дополнено двумя разрезами при $t = t_1$ и $t = t_2$ так, что верхняя грань нижнего разреза отождествляется с нижней гранью верхнего. Возникает топологическая особенность, делающая возможными замкнутые мировые линии. Кубит, приготовленный при $t < t_1$ в исходном состоянии $\hat{\rho}_{in}$, в процессе эволюции вперед во времени в момент $t = t_2$ попадает во вход топологической особенности и оказывается в прошлом при $t = t_1$, где вступает во взаимодействие со своей ранней версией. После взаимодей-

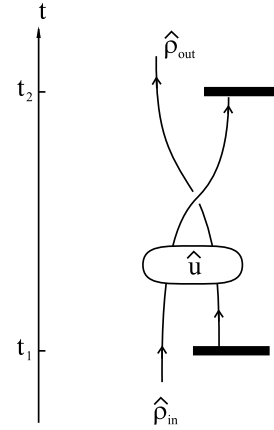


Рис.2. Мировая линия кубита при наличии причинной петли. \hat{U} – взаимодействие двух версий кубита.

ствия кубит избегает вторичного попадания в верхний разрез. Взаимодействие описывается некоторым унитарным двухчастичным оператором \hat{U} . Пусть $\hat{\rho}$ – состояние (матрица плотности) кубита после выхода из нижнего разреза. Пользуясь стандартным формализмом квантовой механики, можно записать выражение для состояния $\hat{\rho}_{out}$ кубита при $t > t_2$ (для простоты считаем, что состояния кубитов меняется только при взаимодействии):

$$\hat{\rho}_{out} = Tr_1 \hat{U}(\hat{\rho}_{in} \otimes \hat{\rho})\hat{U}^\dagger. \quad (1)$$

Состояние $\hat{\rho}$ находится из условия согласования – идентичности состояния кубита перед входом в разрез при $t = t_2$ и после выхода из разреза при $t = t_1$:

$$\hat{\rho} = Tr_2 \hat{U}(\hat{\rho}_{in} \otimes \hat{\rho})\hat{U}^\dagger. \quad (2)$$

Решение этого уравнения (иногда не единственное) нелинейным образом зависит от начального состояния. Также нелинейным образом от начального состояния зависит $\hat{\rho}_{out}$. Необычный для квантовой эволюции факт нелинейной связи состояний кубита до и после области с машиной времени сопровождается иными экзотическими свойствами. Как показали дальнейшие исследования, в рамках модели Дойча возможен обход известного запрета на однозначное различение и, следовательно, точное копирование неортогональных состояний [5], что служило аргументом противников модели Дойча в некоторых работах [6].

Отметим важное для предмета настоящей работы обстоятельство – недвусмысленная онтологическая трактовка Дойчем понятия квантового состояния. Только наделив состояние кубита свойствами реальности, независимой от состояния чьего-либо знания о кубите, можно сделать следующий естественный

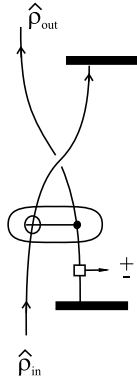


Рис.3. Мировая линия кубита при наличии причинной петли и измерения с результатами \pm . Взаимодействие представлено логическим элементом C-NOT.

шаг и отождествить эту реальность на входе в машину времени при $t = t_2$ с реальностью на выходе при $t = t_1$. В следующем параграфе обсуждается проблема, вносимая онтологической трактовкой и ранее, насколько известно автору, не обсуждавшаяся в литературе.

Измерение в присутствии замкнутой времени-подобной кривой. Внесем в схему рис.2 акт измерения состояния кубита при его выходе из машины времени, но до взаимодействия с более ранней версией (рис.3). Рассмотрим вопрос о вероятности появления того или иного исхода измерения. Очевидно, что эти вероятности зависят от характера взаимодействия между кубитами, который следует конкретизировать. Рассмотрим один из простейших типов взаимодействия (фигурировавший также в работе [4]) – контролируемое отрицание (C-NOT). В фиксированном, т.н. вычислительном, базисе $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ кубита преобразование C-NOT имеет вид

$$\hat{U} : |x\rangle \otimes |y\rangle \mapsto |x\rangle \otimes |y + x \pmod{2}\rangle. \quad (3)$$

Контролирующим кубитом, обозначенным x , по предположению является его более поздняя версия (вышедшая из нижнего разреза). Измерение проводится в некотором ином базисе кубита

$$\begin{aligned} |\psi_+\rangle &= \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \\ |\psi_-\rangle &= -\bar{\beta}|0\rangle + \bar{\alpha}|1\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь α и β – комплексные числа, связанные условием $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Согласно стандартному формализму квантовой механики при получении исхода $j = \pm$ измерения состояние кубита меняется:

$$\hat{\rho} \mapsto \frac{\hat{P}_j \hat{\rho} \hat{P}_j}{p_j}, \quad (5)$$

Эвереттика

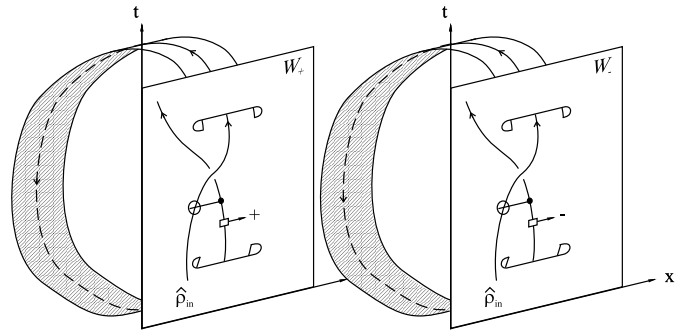


Рис.4. Топология причинных петель, изображенная лентами, лежащими вне плоского пространства-времени миров W_+ и W_- .

где $\hat{P}_j = |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$ – проектор на состояние $|\psi_j\rangle$ и $p_j = \langle\psi_j|\hat{\rho}|\psi_j\rangle$ – вероятность исхода j . Наличие причинной петли вносит существенную специфику: кубит подвергается измерению на выходе из нижнего разреза, уже неся в своем состоянии информацию об исходе предстоящего измерения. Поэтому в условии согласования следует рассматривать два состояния $\hat{\rho}_{\pm}$ кубита:

$$\begin{aligned} p_+ \hat{\rho}_+ &= Tr_2 \hat{U}(\hat{\rho}_{in} \otimes \hat{P}_+ \hat{\rho}_+ \hat{P}_+) \hat{U}^\dagger \\ p_- \hat{\rho}_- &= Tr_2 \hat{U}(\hat{\rho}_{in} \otimes \hat{P}_- \hat{\rho}_- \hat{P}_-) \hat{U}^\dagger. \end{aligned} \quad (6)$$

Следуя идее Эверетта, мы предполагаем существование двух миров W_{\pm} , в которых реализуются альтернативные исходы измерения. Ситуация, соответствующая системе (6), изображена на рис.4, где изображены две ленты вне плоского пространства-времени, соединяющие соответствующие края разрезов в каждом мире.

Решая уравнения (6), получаем для величин p_{\pm} :

$$p_+ = (|\alpha|^4 + |\beta|^4)\rho_{00} + 2|\alpha\beta|^2\rho_{11} + \quad (7)$$

$$+ (\bar{\alpha}\beta|\alpha|^2 + \alpha\bar{\beta}|\beta|^2)\rho_{01} + (\bar{\alpha}\beta|\beta|^2 + \alpha\bar{\beta}|\alpha|^2)\rho_{10};$$

$$p_- = (|\alpha|^4 + |\beta|^4)\rho_{00} + 2|\alpha\beta|^2\rho_{11} - \quad (8)$$

$$- (\bar{\alpha}\beta|\beta|^2 + \alpha\bar{\beta}|\alpha|^2)\rho_{01} - (\bar{\alpha}\beta|\alpha|^2 + \alpha\bar{\beta}|\beta|^2)\rho_{10}.$$

Здесь $\rho_{kl} = \langle k|\hat{\rho}_{in}|l\rangle$, $k, l = 0, 1$. Легко убедиться, что в общем случае $p_+ + p_- \neq 1$. Поэтому эти величины не могут быть вероятностями.

Можно попробовать исправить ситуацию, рассматривая иную топологию миров W_{\pm} . Пусть ленты соединяют верхний разрез одного мира с нижним разрезом другого (рис.5). Для таких условий уравнения согласования принимают вид:

$$\begin{aligned} p_+ \hat{\rho}_- &= Tr_2 \hat{U}(\hat{\rho}_{in} \otimes \hat{P}_+ \hat{\rho}_+ \hat{P}_+) \hat{U}^\dagger \\ p_- \hat{\rho}_+ &= Tr_2 \hat{U}(\hat{\rho}_{in} \otimes \hat{P}_- \hat{\rho}_- \hat{P}_-) \hat{U}^\dagger. \end{aligned} \quad (9)$$

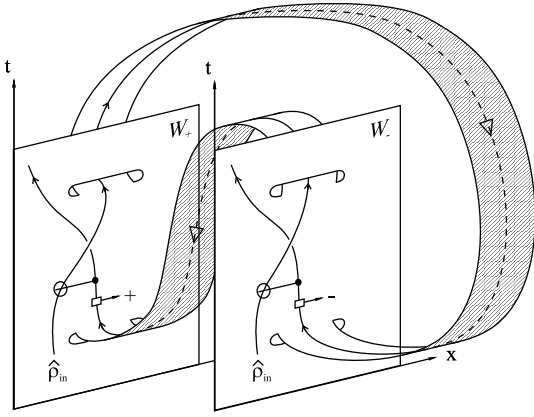


Рис.5. Альтернативная рис.4 топология причинных петель.

Вычисление величин p_{\pm} дает

$$p_+ = (|\alpha|^4 + |\beta|^4)\rho_{11} + 2|\alpha\beta|^2\rho_{00} + \quad (10)$$

$$+(\bar{\alpha}\beta|\beta|^2 + \alpha\bar{\beta}|\alpha|^2)\rho_{01} + (\bar{\alpha}\beta|\alpha|^2 + \alpha\bar{\beta}|\beta|^2)\rho_{10};$$

$$p_- = (|\alpha|^4 + |\beta|^4)\rho_{11} + 2|\alpha\beta|^2\rho_{00} - \quad (11)$$

$$-(\bar{\alpha}\beta|\alpha|^2 + \alpha\bar{\beta}|\beta|^2)\rho_{01} - (\bar{\alpha}\beta|\beta|^2 + \alpha\bar{\beta}|\alpha|^2)\rho_{10}.$$

Как и в предыдущем случае, сумма величин p_+ и p_- в общем случае не равна единице. Мы сталкиваемся с той же проблемой невозможности трактовать данные величины как вероятности исходов измерения.

Обсуждение. Мы пришли к противоречивым результатам. Следовательно, какая-то из исходных посылок ошибочна. Их три: 1 – предположение о возможности причинных петель, 2 – онтологическая трактовка понятия квантового состояния, 3 – применимость стандартного формализма описания квантовых измерений. Самым слабым представляется именно второй тезис и вытекающие из него условия согласования (6) и (9). Заметим, однако, что для этих условий остается некоторый шанс. А именно, нетрудно проверить, что имеет место следующее равенство:

$$\frac{1}{2}(p_+^{(I)} + p_+^{(II)}) + \frac{1}{2}(p_-^{(I)} + p_-^{(II)}) = 1, \quad (12)$$

где величины $p_{\pm}^{(I)}$ и $p_{\pm}^{(II)}$ даются выражениями (7, 8) и (10, 11), соответственно. Данное соотношение допускает несколько экстравагантную интерпретацию: если при возникновении причинной петли ее ленты случайным *равновероятным* образом либо замыкаются внутри каждого мира как на рис.4, либо соединяют миры как на рис.5, трактовка двух слагаемых из (12) как вероятностей исходов измерения может быть восстановлена. При такой интерпретации остается открытым вопрос о природе случайности выбора топологии соединения лент и миров.

Обнаруженные проблемы онтологической концепции квантового состояния косвенным образом вызывают сомнения в корректности взглядов Эверетта в той степени, в какой они зависят от этой концепции. Следует, однако, заметить, что основная ценность эвереттовской картины мира состоит в идеи необходимости и возможности рассмотрения совокупности альтернативных образов представляющей наблюдателю Реальности. Эта идея преобразуется, модернизируется, но ни коим образом не отвергается. Современными ее вариантами является, в частности, представления о многих внутренне согласованных наборах ('frameworks' в терминологии Гриффитса) квантовых историй [7]. В первых работах по согласованным квантовым историям предпринимались попытки указать критерий выбора одного согласованного набора, дающего картину "реального" мира (аналогично копенгагенской интерпретации квантовой механики, отвергающей все исходы квантового измерения, кроме единственного, "реального"). В настоящее время преобладает взгляд принципиальной необходимости на равноправных началах рассматривать всю совокупность согласованных наборов. Одной из последних модификаций данной концепции 'many world-views' является идея "окон" – всевозможных булевых подалгебр в ортоалгебре высказываний о квантовых историях [8]. Знаменательно, что похожие подходы развиваются даже вне явного контекста идей Эверетта. В работе [9] принципиально небулеву логическую структуру мира предлагается описывать локально в булевых рамках (аналогично используемому в дифференциальной геометрии описанию гладкого многообразия в терминах атласа локальных карт). Конечной целью данного подхода является отделение разума от косной материи в едином мире. Есть основания ожидать на этом направлении новые результаты.

Автор признателен Ю.А.Лебедеву за обсуждение предмета работы.

Список литературы

1. A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen, Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
2. H.Everett III, 'The Theory of the Universal Wave Function', in B. De Witt and N. Graham (eds.), "The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics", Princeton NJ: Princeton University Press, 1973.
3. Ю.Лебедев, "Многоликое мироздание. Эвереттская прагматика". М., 2010.

4. D.Deutsch, Quantum mechanics near closed timelike lines, *Phys. Rev. D.* **44**, 3197 (1991).
5. T.A.Brun, J.Harrington, and M.M.Wilde, Localized Closed Timelike Curves Can Perfectly Distinguish Quantum States, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 210402 (2009).
6. C.H.Bennett, D.Leung, G.Smith, and J.A.Smolin, Can Closed Timelike Curves or Nonlinear Quantum Mechanics Improve Quantum State Discrimination or Help Solve Hard Problems? *Phys. Rev. Lett.* **103**, 170502 (2009).
7. R.B.Griffiths, Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics, *J. Stat. Phys.*, **36**, 219 (1984); R.Omnès, Consistent interpretations of quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.*, **64**, 339 (1992); J.Halliwell, A review of the decoherent histories approach to quantum mechanics. In *Fundamental Problems in Quantum Theory*, D.Greenberger, ed., (1995); C.J.Isham, Quantum logic and the histories approach to quantum theory. *J. Math. Phys.*, **35**, 2157 (1994).
8. C.J.Isham, Topos Theory and Consistent Histories: The Internal Logic of the Set of all Consistent Sets, arXiv:gr-qc/9607069 v1 (1996).
9. H.Primas, Non-Boolean Descriptions for Mind-Matter Problems, *Mind and Matter*, **5**(1), 7 (2007).